

1
T
M
É
T
I
C
A



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Jimmy García - Eddy Huamani

FONDO EDITORIAL
BODO

11

POTENCIACIÓN - RADICACIÓN

Teoría y Práctica

AR!





11

POTENCIACIÓN - RADICACIÓN

Teoría y Práctica

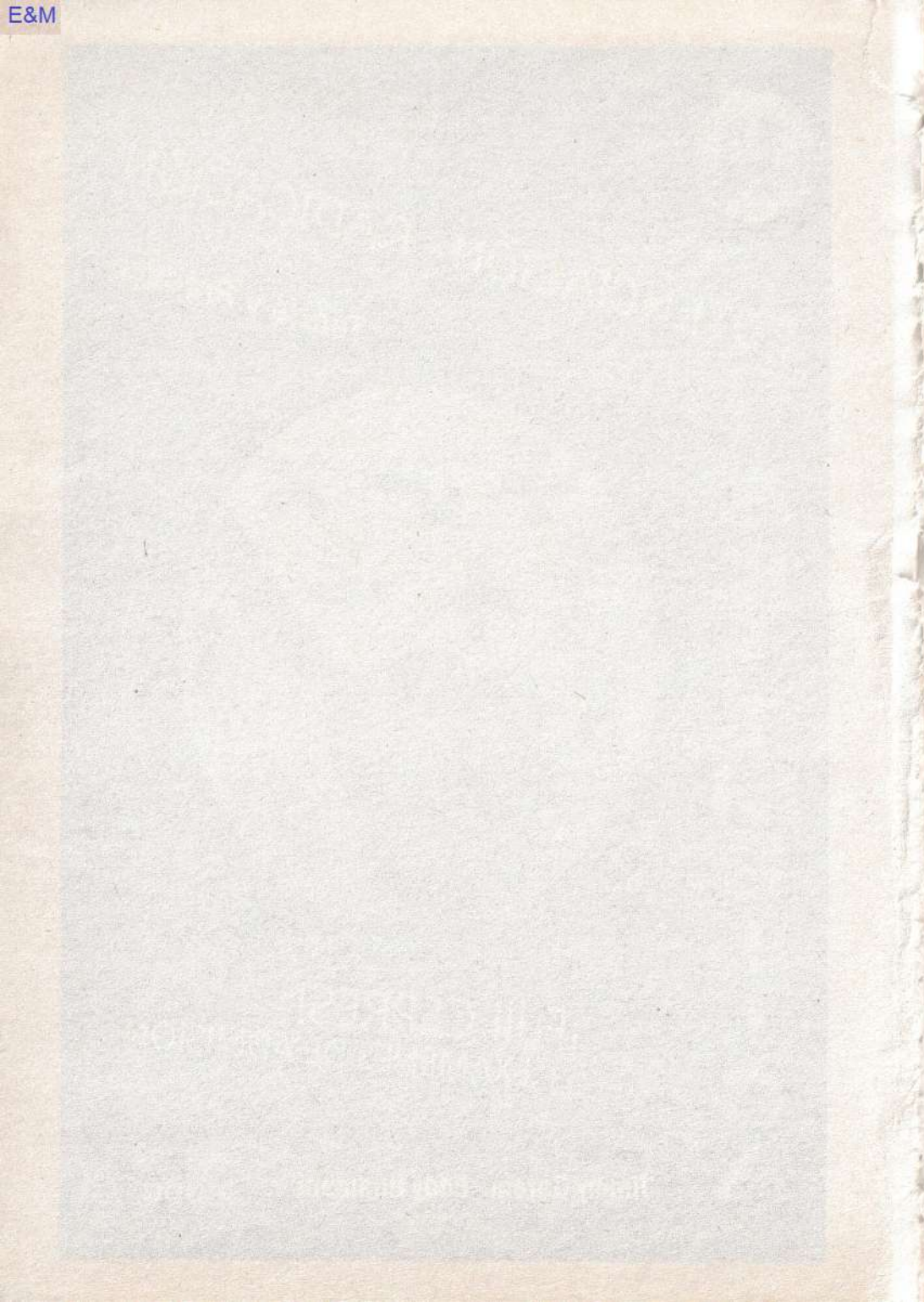
ARITMÉTICA



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Jimmy García - Eddy Huamaní

FONDO EDITORIAL
ARODO



PRESENTACIÓN

El **Fondo Editorial RODO** es un grupo educativo con formado por profesionales de experiencia que por muchos años vienen participando en el análisis y producción de textos acordes con las necesidades del sistema educativo. Conocedores de la realidad de nuestro educando que día a día nos muestra la interacción con ellos en las aulas de clase y poniendo de manifiesto nuestro compromiso como educadores hemos asumido el reto de contribuir a elevar el nivel académico de manera integral.

Continuando con la elaboración de nuestra colección con miras al ciclo académico 2016, en esta oportunidad presentamos el texto teórico - práctico denominado **TEMAS SELECTOS DE ARITMÉTICA**, desarrollado con la gran experiencia de nuestro grupo humano. Caracterizándolo así por el rigor y la exigencia académica, ya que abarca los temas y preguntas solicitadas según la currícula de los centros preuniversitarios de las universidades más importantes del país relacionados con el curso.

Esta obra es la continuación de nuestra serie de publicaciones, caracterizada por la calidad e innovación constatada en los miles de ingresantes que han tenido como apoyo nuestras colecciones, esperando los comentarios y sugerencias las cuales sabremos aceptar

La presente serie de boletines consta de una sección teórica, donde se muestra toda la teoría referente al capítulo o capítulos mostrados en el boletín, luego se determina una sección de 100 problemas resueltos por los autores clasificados por nivel de exigencia de menor a mayor dificultad, explicados de manera clara y sencilla que servirá tanto para alumnos que recién empiezan su camino a la universidad, como alumnos de nivel avanzado, dándole nuevas alternativas de solución, luego se cuenta con 100 problemas propuestos con sus respectivas claves para que el alumno mida su nivel de comprensión respecto al capítulo con problemas de igual exigencia que la sección anterior, por último se muestra una sección de exámenes de admisión del curso en mención, con soluciones explicadas de la mejor manera.

Fondo Editorial RODO

De: Walter Z. Benítez Nuñez.

POTENCIACIÓN - RADICACIÓN



ARITMÉTICA - TEMA SELECTO -11, 1ra Edición

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, tampoco su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del copyright.

DERECHOS RESERVADOS © Febrero 2016 por

FONDO EDITORIAL RODO

de Walter Z. Benítez Nuñez

Av. Venezuela 979 Of. 205 - Breña

LIMA 05, PERÚ ☎ 424-6350 📠 992-796104

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú

Nº: 2016-02307

EQUIPO PEDAGÓGICO

Jimmy H. García Chumán

Eddy F. Huamaní Vargas

DIAGRAMACIÓN, DIGITACIÓN Y GRÁFICOS

Claudia Gisell Llosa La Serna

José Miguel Gallo Ballena

IMPRESO EN PERÚ PRINTED IN PERÚ

Impreso en los Talleres Gráficos de **GRAFIC PLUS S. A. C.**

Jr. Chíncha Nº 434 A. H. VI ZONA LIMA - Lima 11

POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN EN N

POTENCIACIÓN

Es una operación matemática que consiste en multiplicar un número por sí mismo varias veces.

- Ejemplos:**
- $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$ Es una potencia perfecta de grado 4
 - $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$ Es una potencia perfecta de grado 5
 - $8 \times 8 \times 8 = 8^3 = 512$ Es una potencia de grado 3
 - $8 \times 8 \times 8 = 2^9 = 512$ Es una potencia perfecta de grado 9

En general:

$$\underbrace{k \times k \times \dots \times k}_{n \text{ veces}} = k^n = P$$

- Donde:
- k : Base ($k \in \mathbb{Z}^+$)
 - n : Exponente ($n \in \mathbb{Z}^+ \wedge n > 1$)
 - P : Potencia perfecta de grado n

Convencionalmente a la unidad se le considera potencia perfecta de grado n.

TEOREMA

Un número $\mathbb{Z}^+$ es una potencia perfecta de grado n si y sólo si los exponentes de sus factores primos en su descomposición canónica son múltiplos de n.

- Ejemplos:**
- $N = 2^8 \times 3^4 \times 5^{12}$ $\Rightarrow$ Es una potencia perfecta de grado 4
 - $M = 2^7 \times 3^{21} \times 7^{14}$ $\Rightarrow$ Es una potencia perfecta de grado 7

En general:

Sea: $k = a^\alpha \times b^\beta \times c^\gamma$ (D.C.)

Entonces:

$$k^n = a^{(\alpha n)} \times b^{(\beta n)} \times c^{(\gamma n)} \Rightarrow \text{Es una potencia perfecta de grado n}$$



OBSERVACIÓN

Si un $\mathbb{Z}^+$ es potencia perfecta de grado n, será potencia perfecta cuyo grado es cualquier divisor de n.

CASOS PARTICULARES

1. POTENCIA PERFECTA DE GRADO 2 Ó CUADRADO PERFECTO (k^2)

Sea: $k = a^\alpha \times b^\beta \times c^\gamma$ (D.C.)

Entonces:

$$k^n = a^{2\alpha} \times b^{2\beta} \times c^{2\gamma} \text{ (D.C.)} \quad \xrightarrow{2} \quad \Rightarrow \text{Es un cuadrado perfecto}$$

- Ejemplos:**
- $N = 2^4 \times 3^2 \times 5^2 \quad \Rightarrow N$ es un cuadrado perfecto
 - $M = 3^2 \times 5^2 \times 7^2 \times 11^4 \quad \Rightarrow M$ es un cuadrado perfecto



OBSERVACIONES

- Un número es cuadrado perfecto sí y sólo sí tiene una cantidad impar de divisores
- Entre los cuadrados de dos números consecutivos siempre existe una cantidad par de numerales

2. POTENCIA PERFECTA DE GRADO 3 Ó CUBO PERFECTO (k^3)

Sea: $k = a^\alpha \times b^\beta \times c^\gamma$ (D.C.)

Entonces:

$$k^3 = a^{3\alpha} \times b^{3\beta} \times c^{3\gamma} \text{ (D.C.)} \quad \xrightarrow{3} \quad \Rightarrow \text{Es un cubo perfecto}$$

- Ejemplos:**
- $A = 2^6 \times 3^3 \quad \Rightarrow A$ es un cubo perfecto
 - $B = 2^3 \times 3^6 \times 11^3 \quad \Rightarrow B$ es un cubo perfecto

Aplicación 1: Determine el menor entero positivo por el cual hay que multiplicar a 1200, para obtener un cuadrado y cubo perfecto a la vez.

Resolución: Sea el menor entero positivo: N

Luego: $\underbrace{1200 \times N}_{(k^6)} \Rightarrow$ Cuadrado y cubo perfecto a la vez es una potencia perfecta de grado 6

$$k^6 = \underbrace{2^4 \times 3 \times 5^2}_{2^4 \times 3 \times 5^2} \times N \rightarrow N = \underbrace{2^2 \times 3^5 \times 5^4}_{2^4 \times 3 \times 5^2 \text{ permite obtener un } k^6}$$

$$\therefore N = 607500$$

Cantidad que al multiplicar por $2^4 \times 3 \times 5^2$ permite obtener un k^6

Aplicación 2: Sea:

$$N = \overline{ab} + 2 \times \overline{ab} + 3 \times \overline{ab} + \dots + 24 \times \overline{ab}$$

¿Cuántos valores toma $\overline{ab}$, si N es un cuadrado perfecto.

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 11

b) Para cubos perfectos

Ejemplos:

- $20^3 = \underbrace{8\ 000}_{2^3}$
- $120^3 = \underbrace{1\ 728\ 000}_{12^3}$
- $500^3 = \underbrace{125\ 000\ 000}_{5^3}$
- $400^3 = \underbrace{64\ 000\ 000}_{4^3}$

Se concluye:

$$\overline{np \dots z00 \dots 00} = k^3$$

Es un cubo perfecto La cantidad de cifras
ceros es 3

Aplicación 3: Halle: $a + b + m$
Si: $\overline{mmn}^2 = \overline{ab4c0}$

Resolución: Tenemos: $\overline{mmn}^2 = \overline{ab4c0}$ $\boxed{n=0} \wedge \boxed{c=0}$
También: $\overline{m\ m}^2 = \overline{ab\ 4}$ $\rightarrow$ $m = 2 \vee m = 8$

Si: $\boxed{m=2} \rightarrow 22^2 = 484 \rightarrow \boxed{a=4} \wedge \boxed{b=8} \checkmark$

Si: $m=8 \rightarrow 88^2 = 7744$ NO CUMPLE

$$\therefore a + b + m = 14$$

3. POR LA TERMINACIÓN EN CIFRA 5

a) Para cuadrados perfectos

Ejemplos:

- $35^2 = \underbrace{12\ 25}_{3 \times 4}$
- $45^2 = \underbrace{20\ 25}_{4 \times 5}$
- $95^2 = \underbrace{90\ 25}_{9 \times 10}$
- $115^2 = \underbrace{132\ 25}_{11 \times 12}$

Se concluye:

$$\overline{abcd5} = k^2 \rightarrow d = 2 \wedge \overline{abc} = n(n+1) \rightarrow c = \begin{matrix} \nearrow 0 \\ \rightarrow 2 \\ \searrow 6 \end{matrix}$$

b) Para cubos perfectos

Ejemplos:

- $15^3 = 33\ 75$
- $35^3 = 428\ 75$
- $45^3 = 911\ 25$
- $125^3 = 19531\ 25$

Se concluye:

$$\overline{abcd5} = k^3 \rightarrow \begin{matrix} d = 2 \longleftrightarrow c: \text{par} \vee \\ d = 7 \longleftrightarrow c: \text{impar} \end{matrix}$$

Aplicación 4: Si: $\overline{(a+b)cc(a-2)5} = \overline{ab}^3$
 Halle: $a-b+c$

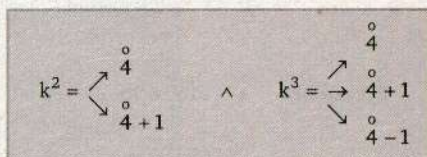
Resolución: Tenemos: $\overline{(a+b)cc(a-2)5} = \overline{ab}^3 = k^3 \rightarrow \boxed{b=5}$
 Sabemos: $a-2=2 \vee a-2=7$
 $\boxed{a=4} \vee a=9$ NO CUMPLE YA QUE $a+b < 10$
 Luego: $45^3 = 91125 \rightarrow \boxed{c=1}$
 $\therefore a-b+c=0$

4. POR CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

a) Con respecto al módulo 4

k	$\overset{\circ}{4}$	$\overset{\circ}{4+1}$	$\overset{\circ}{4+2}$	$\overset{\circ}{4+3}$
k^2	$\overset{\circ}{4}$	$\overset{\circ}{4+1}$	$\overset{\circ}{4}$	$\overset{\circ}{4+1}$
k^3	$\overset{\circ}{4}$	$\overset{\circ}{4+1}$	$\overset{\circ}{4}$	$\overset{\circ}{4-1}$

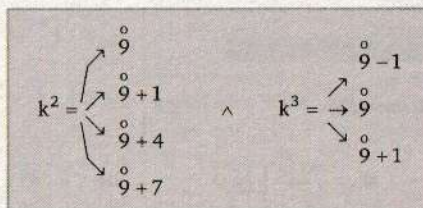
Se concluye:



b) Con respecto al módulo 9

k	$\overset{\circ}{9}$	$\overset{\circ}{9+1}$	$\overset{\circ}{9+2}$	$\overset{\circ}{9+3}$	$\overset{\circ}{9+4}$	$\overset{\circ}{9+5}$	$\overset{\circ}{9+6}$	$\overset{\circ}{9+7}$	$\overset{\circ}{9+8}$
k^2	$\overset{\circ}{9}$	$\overset{\circ}{9+1}$	$\overset{\circ}{9+4}$	$\overset{\circ}{9}$	$\overset{\circ}{9+7}$	$\overset{\circ}{9+7}$	$\overset{\circ}{9}$	$\overset{\circ}{9+4}$	$\overset{\circ}{9+1}$
k^3	$\overset{\circ}{9}$	$\overset{\circ}{9+1}$	$\overset{\circ}{9-1}$	$\overset{\circ}{9}$	$\overset{\circ}{9+1}$	$\overset{\circ}{9-1}$	$\overset{\circ}{9}$	$\overset{\circ}{9+1}$	$\overset{\circ}{9-1}$

Se concluye:



OBSERVACIÓN

Si un cuadrado perfecto es múltiplo de un primo será múltiplo del primo al cuadrado. Análogamente si un cubo perfecto es múltiplo de un primo será múltiplo del primo al cubo.

Ejemplo: $14 = \overset{\circ}{7} \rightarrow 14^2 = \overset{\circ}{7}^2$
 $33 = \overset{\circ}{11} \rightarrow 33^3 = \overset{\circ}{11}^3$

RADICACIÓN

Es una operación matemática inversa a la potenciación que consiste en que dados dos números llamados índice y radicando, se calcula un tercer número llamado raíz, donde este último elevado al índice reproduce el radicando. Luego:

$$\sqrt[n]{k} = R \leftrightarrow k = R^n$$

Donde: k : Radicando ($k \in \mathbb{Z}^+$)
 n : Índice ($n \in \mathbb{Z}^+ \wedge n > 1$)
 R : Raíz enésima

Ejemplos:

- $\sqrt{169} = 13 \leftrightarrow 169 = 13^2$
- $\sqrt[3]{343} = 7 \leftrightarrow 343 = 7^3$
- $\sqrt[5]{32} = 2 \leftrightarrow 32 = 2^5$

**NOTA**

Toda potencia perfecta de grado "n" posee raíz enésima exacta.

CASOS PARTICULARES**a) Exacta (resto es cero)**

Ejemplos: i) $\sqrt{225} \begin{array}{r} 15 \\ 0 \end{array}$

$$\rightarrow 225 = 15^2$$

ii) $\sqrt{324} \begin{array}{r} 18 \\ 0 \end{array}$

$$\rightarrow 324 = 18^2$$

En general:

$$\sqrt{N} \begin{array}{r} k \\ 0 \end{array}$$

$$\rightarrow N = k^2$$

Todo número que es cuadrado perfecto tiene raíz cuadrada exacta.

b) Inexacta (resto diferente de cero)

POR DEFECTO

Ejemplo:
$$\begin{array}{r} \sqrt{235} \quad 15 \\ \underline{225} \\ 10 \end{array}$$

$$\rightarrow 235 = 15^2 + 10$$

POR EXCESO

Ejemplo:
$$\begin{array}{r} \sqrt{235} \quad 16 \\ \underline{256} \\ 21 \end{array}$$

$$\rightarrow 235 = 16^2 - 21$$

En general:

POR DEFECTO	POR EXCESO
$\begin{array}{r} \sqrt{N} \quad k \\ r_d \end{array}$	$\begin{array}{r} \sqrt{N} \quad k+1 \\ r_e \end{array}$
$N = k^2 + r_d$	$N = (k+1)^2 - r_e$
Se cumple: $r_d + r_e = 2k + 1$ $0 < r < 2k + 1$; luego: $r_{\text{mínimo}} = 1$ $r_{\text{máximo}} = 2k$	

OBSERVACIONES

- Forma de extraer la raíz cuadrada aproximada de un número.

Ejemplo: Extrayendo la raíz cuadrada de 62435

$$\begin{array}{r} \sqrt{62435} \quad \textcircled{249} \\ \underline{4} \\ 224 \\ \underline{176} \\ 4835 \\ \underline{4401} \\ 434 \end{array}$$

$\textcircled{249}$
 $4 \times 4 \times 4 = 176$
 2×2
 $489 \times 9 = 4401$
 2×24

El índice indica que a partir de la derecha del número se forman bloques de 2 cifras. La cantidad de bloques indica la cantidad de cifras de la raíz. Esto se generaliza al extraer la raíz de cualquier índice.

- Ejemplo:** Halle la raíz por defecto de 80, 143 y 168

$$\begin{array}{ccc} \sqrt{80} \quad \textcircled{8} & \sqrt{143} \quad \textcircled{11} & \sqrt{168} \quad \textcircled{12} \\ \underline{64} & \underline{121} & \underline{144} \\ \textcircled{16} & \textcircled{22} & \textcircled{24} \\ 2 \times 8 & 2 \times 11 & 2 \times 12 \end{array}$$

Residuos máximos

Además los radicandos aumentados en la unidad resultan ser k^2 .

Luego: Si al extraer la raíz cuadrada de N el resto es máximo entonces $(N + 1)$ es un cuadrado perfecto.

2. RAÍZ CÚBICA ENTERA (EL ÍNDICE ES 3)**a) Exacta (residuo es cero)****Ejemplo:**

$$\begin{array}{r} \sqrt[3]{1331} \quad 11 \\ \underline{1331} \\ 0 \end{array}$$

$$\rightarrow 1331 = 11^3$$

$$\begin{array}{r} \sqrt[3]{1728} \quad 12 \\ \underline{1728} \\ 0 \end{array}$$

$$\rightarrow 1728 = 12^3$$

En general:

$$\begin{array}{r} \sqrt[3]{N} \quad k \\ \underline{} \\ 0 \end{array}$$

$$N = k^3$$

Todo número que es cubo perfecto tiene raíz cúbica exacta.

b) Inexacta (residuo diferente de cero)**POR DEFECTO**

$$\begin{array}{r} \sqrt[3]{230} \quad 6 \\ \underline{216} \\ 14 \end{array}$$

$$230 = 6^3 + 14$$

POR EXCESO

$$\begin{array}{r} \sqrt[3]{230} \quad 7 \\ \underline{343} \\ 113 \end{array}$$

$$230 = 7^3 - 113$$

En general:

POR DEFECTO	POR EXCESO
$\begin{array}{r} \sqrt[3]{N} \quad k \\ r_d \end{array}$ $N = k^3 + r_d$	$\begin{array}{r} \sqrt[3]{N} \quad k+1 \\ r_e \end{array}$ $N = (k+1)^3 - r_e$
Se cumple: • $r_d + r_e = 3k(k+1) + 1$ • $0 < r < 3k(k+1) + 1$; luego: $r_{\text{mínimo}} = 1$ $r_{\text{máximo}} = 3k(k+1) = 6$	

Aplicación 6: Al extraer la raíz cuadrada de un número se obtuvo 50 de residuo, pero si se le suma 300 unidades su raíz aumenta en 2 y su residuo se hace máximo. Halle la raíz.

Resolución:

$$\sqrt{N} \begin{array}{r} k \\ 50 \end{array}$$

$$N = k^2 + 50$$

$$\sqrt{N+300} \begin{array}{r} k+2 \\ 2(k+2) \end{array}$$

$$N+300 = (k+2)^2 + 2(k+2)$$

$$\downarrow$$

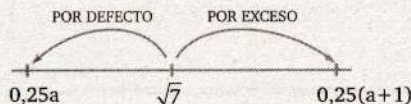
$$k^2 + 50$$

∴ Resolviendo: $k = 57$

RAÍZ CUADRADA Y CÚBICA CON CIERTA APROXIMACIÓN

Ejemplo (1): Calcule la raíz cuadrada por defecto con un error menor a $1/4$ de 7.

Resolución: Error menor a $1/4$ es un error menor a 0,25



$$\text{Observamos: } 0,25a \leq \sqrt{7} < 0,25(a+1)$$

$$\frac{a}{4} \leq \sqrt{7} < \frac{a+1}{4}$$

Elevando al cuadrado:

$$\frac{a^2}{16} \leq 7 < \frac{(a+1)^2}{16}$$

Multiplicando por 16:

$$a^2 \leq 112 < (a+1)^2$$

Luego:

- $a^2 \leq 112 \rightarrow a \leq 10,58$
- $112 < (a+1)^2 \rightarrow 9,58... < a$

Entonces:

$$\boxed{a = 10}$$

∴ La raíz por defecto es:

$$0,25(10) = 2,5$$

Regla Práctica Calculemos $\sqrt{7}$ con un error menor a $\frac{1}{4}$

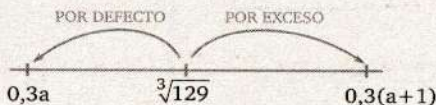
$$\sqrt{7} = \frac{1}{4} \times 4\sqrt{7} = \frac{1}{4} \sqrt{7 \times 16} = \frac{1}{4} \sqrt{112} \rightarrow 10, \dots$$

$$\Rightarrow \sqrt{7} = \frac{1}{4} \times 10 = 2,5$$

$\therefore$ La masa por defecto es 2,5

Ejemplo (2): Calcule la raíz cúbica por defecto con un error menor a $\frac{3}{10}$ de 129

Resolución: Error menor a $\frac{3}{10}$ es un error menor a 0,3



Observamos: $0,3a \leq \sqrt[3]{129} < 0,3(a+1)$

$$\frac{3}{10}a \leq \sqrt[3]{129} < \frac{3}{10}(a+1)$$

Elevando al cubo:

$$\frac{27}{1000}a^3 \leq 129 < \frac{27}{1000}(a+1)^3$$

Luego:

- $a^3 \leq \frac{129000}{27} \rightarrow a \leq 16,84\dots$
- $\frac{129000}{27} < (a+1)^3 \rightarrow a > 15,84$

Entonces: $a = 16$

$\therefore$ La raíz cúbica por defecto es:

$$0,3(16) = 4,8$$

Regla Práctica Calculemos $\sqrt[3]{129}$ con un error menor a $\frac{3}{10}$

$$\sqrt[3]{129} = \frac{3}{10} \times \frac{10}{3} \times \sqrt[3]{129} = \frac{3}{10} \sqrt[3]{129 \times \frac{1000}{27}} = \frac{3}{10} \sqrt[3]{\frac{43000}{9}} = \frac{3}{10} \sqrt[3]{4777, \dots} \rightarrow 16, \dots$$

$$\sqrt[3]{129} = \frac{3}{10} \times 16 = 4,8$$

$\therefore$ La masa cúbica por defecto es 4,8.

*** Relación entre la raíz aproximada y la cota del error**

Si se quiere aproximar $\sqrt[n]{N}$ por el valor de P , se denota: $\sqrt[n]{N} \cong P$,
con un error menor que E ; donde:

$\sqrt[n]{N}$: valor exacto

P : valor aproximado

E : cota del error

Se cumple que:

$$|\sqrt[n]{N} - P| < \varepsilon$$

PROBLEMAS RESUELTOS

- ¿Cuál es el menor número por el cual se debe multiplicar a 3234 para que el producto sea un cuadrado perfecto?
A) 66 B) 69 C) 55
D) 33 E) 88
- Para que N sea cubo perfecto se le debe multiplicar por 2×3^2 y para que sea cuadrado perfecto se le debe multiplicar por 15. ¿Cuál es el menor valor que puede tener N ?
A) 225 B) 216 C) 2000
D) 1500 E) 375
- Entre 2 cuadrados perfectos consecutivos hay 248 números enteros. Hallar el número mayor y dar como respuesta la suma de sus cifras.
A) 20 B) 24 C) 26
D) 22 E) 18
- Un comandante dispone sus tropas formando un cuadrado y ve que le sobran 56 hombres, entonces pone una fila más de hombres a cada lado del cuadrado y ve que le faltan 88 soldados para completar el nuevo cuadrado. ¿Cuántos hombres hay en la tropa?
A) 1212 B) 1281 C) 1352
D) 1080 E) 1225
- Hallar: $a + m + o + r$
Si: $\sqrt[4]{\text{amor}} = 7$
A) 6 B) 8 C) 7
D) 9 E) 10
- Si el número $N = \overline{1aaa}$ es un cuadrado perfecto, ¿cuál es el valor de "a"?
A) 1 B) 4 C) 5
D) 6 E) 9
- Si el numeral $\overline{2abc5}$ tiene una cantidad par de divisores propios, determine el mayor valor de $a + b + c$
A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 13
- Calcule $(m + n + p + q + r)$ si:
 $\overline{mnp}^2 = \overline{nq6r0}$
A) 14 B) 15 C) 16
D) 17 E) 18
- ¿Cuántos números cuadrados perfectos de cuatro cifras serán $\overset{\circ}{3}$ y $\overset{\circ}{5}$?
A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6
- ¿Cuántos términos de la sucesión $24(1); 24(2); 24(3); \dots; 24(1200)$ son potencia perfecta de grado 2?
A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

11. Si $\overline{23xy}$ es un cuadrado perfecto, calcule $(2x + 3y)$
- A) 10 B) 12 C) 14
D) 16 E) 18
12. Hallar un número sabiendo que al extraerle su raíz cuadrada se obtiene un residuo mayor posible que es igual a 80.
- A) 1940 B) 1840 C) 2680
D) 1680 E) 5366
13. Al extraer la raíz cuadrada a un número por defecto y por exceso se obtuvo como residuos 41 y 90 respectivamente. ¿Cuál es el valor del radicando?
- A) 3244 B) 4266 C) 4356
D) 3656 E) 5366
14. Al extraer la raíz cúbica a un número se obtuvo un residuo máximo de $\overline{aa40}$. Halle la suma de las cifras del número.
- A) 35 B) 36 C) 33
D) 32 E) 34
15. ¿Cuál es el mayor número de 3 cifras que deja un residuo máximo al extraerle su raíz cuadrada?
- A) 960 B) 899 C) 940
D) 950 E) 930
16. Al extraer la raíz cuadrada de $\overline{6abc4}$ se obtuvo residuo máximo. Halle: $(a + b + c)$ si a es cifra significativa.
- A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9
17. Hallar el número entero sabiendo que al extraer su raíz cuadrada por defecto y por exceso, se obtiene como suma de sus raíces 47 y por diferencia de sus residuos 7. Dar como respuesta la suma de las cifras del número, si este es el mayor posible.
- A) 12 B) 16 C) 17
D) 20 E) 8
18. Al extraer la raíz cúbica de un número se tiene que los residuos por defecto y exceso se encuentran en la relación de 15 a 16 y, además, suman 217. Halle la suma de cifras del número
- A) 8 B) 10 C) 12
D) 14 E) 16
19. Al extraer la raíz cuadrada de un número obtuvimos 23 de resto y al extraer la raíz cuadrada de su cuádruplo obtuvimos 19 de resto. La suma de cifras del número es:
- A) 14 B) 15 C) 17
D) 23 E) 25
20. ¿Cuántos números naturales tienen una raíz cúbica entera igual a 9?
- A) 269 B) 270 C) 271
D) 272 E) 273

21. ¿Cuál es el menor número que al sumarle los $\frac{4}{11}$ de su valor, el resultado se convierta en cuadrado perfecto, sabiendo además que dicho número es divisible entre 18?

A) 2970 B) 5940 C) 4590
D) 5640 E) 2790

22. Calcule $m+n$ si $\overline{mn0mn}_{(5)}$ es un cuadrado perfecto.

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

23. La cantidad de divisores de "N" es impar y además

$$N = \overline{mnp} + 2(\overline{mnp}) + 3(\overline{mnp}) + \dots + 24(\overline{mnp})$$

¿Cuántos valores toma $\overline{mnp}$?

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

24. ¿Cuántos cubos perfectos de cuatro cifras existen que terminen en cifra 7?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

25. Si: $\overline{abcd} = k^2$ y $\overline{ab} - \overline{cd} = 25$
Calcular: $a + b + c + d$

A) 9 B) 8 C) 10
D) 7 E) 11

26. Si $N = \overline{60abc0}$ tiene cantidad impar de divisores y además es $\overset{\circ}{3}$ y $\overset{\circ}{13}$, determine el valor de $(a + b + c)$

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

27. Si $\overline{abc}^2 = \overline{51(4b)(2b)d0}$, calcule: $(a + b + c + d)$

A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

28. Si se cumple que:

$$\overline{a(b+1)5}^2 = \overline{(c+1)b0cd}$$

calcule $(a + b \times c + d)$

A) 20 B) 22 C) 24
D) 30 E) 36

29. Se escriben 4 cifras consecutivas crecientes de izquierda a derecha, luego se permutan las dos primeras y el número así formado es cuadrado perfecto. ¿Cuál es este número?

A) 2134 B) 4356 C) 5432
D) 2136 E) 5469

30. Calcular k, sabiendo que:

I. $\overline{abcde} = k^3$

II. $a + c + e = 19$

III. $b + d = 8$

A) 30 B) 31 C) 32
D) 33 E) 35

31. Si: $\overline{(m+n)pp(m-2)5} = \overline{mn}^3$
calcule: $m + n + 2p$
- A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14
32. Determinar un numeral de la forma $\overline{anan}$, tal que disminuido en 1 sea cuadrado perfecto. Calcular: $a + n$
- A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12
33. Cuáles son los valores que han de tener las cifras a y b del número $\overline{9ab4}$ para que sea cuadrado perfecto. Dar como respuesta la suma de a y b .
- A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9
34. Si: $\overline{a3b}^3 = \overline{40p5q3419}$
Hallar: $a + b$
- A) 13 B) 17 C) 15
D) 14 E) 16
35. Si: $\overline{2+6+10+...} = \overline{154xyz0}$
"n" sumandos
Halle: $x + y + z + n$
- A) 746 B) 102 C) 201
D) 854 E) 896
36. Se tiene: $\overline{cdcdcd1} = k^3$
Hallar: $c + d$
- A) 11 B) 12 C) 13
D) 10 E) 14
37. ¿Cuántos cuadrados perfectos existen que terminen en 9, y que al expresarlos en base 7 tenga tres cifras?
- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4
38. Si: $\overline{abcd} = k^2$, donde $k = \overline{3}^{\circ}$ y
 $a + b + c = \overline{3+1}$
Halle $(a + b)$ si es la mayor suma posible.
- A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14
39. Hallar: $a + b + c$; si $\overline{aa}^2 = \overline{bbcc}$
- A) 9 B) 11 C) 15
D) 19 E) 10
40. Cuántos números de tres cifras son tales, que al restarle la suma de sus cifras, se obtiene un cuadrado perfecto?
- A) 55 B) 60 C) 65
D) 70 E) 75
41. Hallar $a + b$, sabiendo que al extraer la raíz cuadrada de $\overline{abab}$ se obtiene $2.\overline{ab}$ como raíz y $\overline{ab}$ como residuo
- A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9
42. Al extraer la raíz cuadrada de un número se obtuvo 52 de residuo; pero si se le suman 1000 unidades, su raíz

aumenta en 2 y su residuo se hace máximo. Halle la raíz del número original.

- A) 172 B) 172 C) 182
D) 181 E) 174

43. Al extraer la raíz cúbica del numeral $\overline{68abc}$, el residuo es $\overline{c4}$.

Halle $a + b$

- A) 10 B) 13 C) 16
D) 15 E) 14

44. Se multiplican los 3 términos de una raíz cuadrada inexacta, cuya raíz es 21 y se ha obtenido 46830. ¿Cuánto se obtendrá si se suman dichos tres términos?

- A) 420 B) 351 C) 472
D) 495 E) 437

45. Al extraer la raíz cúbica de $\overline{abc}$ se obtiene "k" de raíz y 18 de residuo, al extraer la raíz cúbica de $\overline{cba}$ se obtiene $(k+1)$ de raíz y 89 de residuo. Halle $(k+b)$.

- A) 12 B) 9 C) 10
D) 8 E) 11

46. En una raíz cuadrada inexacta por defecto el residuo es 9 y 53 la cantidad máxima de unidades que se puede agregar al radicando para que la raíz aumente en 2 unidades. Hallar la suma de cifras del radicando

- A) 11 B) 13 C) 14
D) 10 E) 9

47. Al extraer la raíz cúbica de un número y la raíz cuadrada de otro número se observa que se obtiene en ambos casos como raíz un mismo número y como residuo el máximo posible. Si la razón de estos números es $421/21$. Hallar la raíz común.

- A) 19 B) 18 C) 17
D) 21 E) 22

48. Dada la operación:

$$\begin{array}{r} \sqrt{2abc6} \quad \overline{\text{des}} \\ * \\ *ab \\ *** \\ *** \\ *** \\ 27 \end{array}$$

Hallar: $a + b + c + d + e$

- A) 18 B) 19 C) 17
D) 20 E) 21

49. Halle el número $\overline{abcd}$ si se sabe que: al extraerle su raíz cúbica se obtuvo $\overline{ad}$ de raíz y 190 de residuo, y que todas las cifras del número son significativas.

- A) 2934 B) 2387 C) 1918
D) 1521 E) 1190

50. Se tiene 2 números de 2 cifras donde el primero tiene 6 divisores y el segundo 10 divisores. Si el producto de ambos es un cuadrado perfecto. ¿Cuál es el menor número que se le debe sumar a este producto para que

se extraiga su raíz cuadrada tenga residuo máximo. Dar como respuesta la suma de cifras del número encontrado.

- A) 10 B) 15 C) 9
D) 12 E) 8

51. ¿Cuántos números de cuatro cifras, cuadrados perfectos existen, tales que si se les divide entre 4, dan otro cuadrado perfecto

- A) 17 B) 34 C) 68
D) 30 E) 60

52. En cierta fiesta hay 100 personas entre damas, caballeros y niños. El número de caballeros que no bailan en un instante dado es igual a la raíz cuadrada del total de damas y el número de niños asistentes es la raíz cúbica del número de caballeros que no bailan. ¿Cuántas damas no bailan en dicho instante?

- A) 32 B) 36 C) 38
D) 40 E) 42

53. Al extraer la raíz cúbica al número $4054b\overline{2}$; se obtuvo $2(a+1)\overline{b}$ de resto. Hallar $a+b$

- A) 12 B) 14 C) 16
D) 18 E) 10

54. Al extraer la raíz cuadrada de un número se obtuvo un residuo que es menor en 34 unidades al máximo posible. Si al número se le restara 78 tendría una raíz cuadrada 2 unidades menor que la anterior y el resto sería máximo. Hallar el número e indicar la suma de sus cifras.

- A) 11 B) 12 C) 14
D) 17 E) 21

55. ¿Cuál es el número de 4 cifras del sistema de base 7; que al extraerle la raíz cuadrada como la raíz cúbica; en ambos casos se obtiene resto máximo? Dar como respuesta el resultado expresado en base 10.

- A) 728 B) 2400 C) 2499
D) 1368 E) 2024

56. Hallar un número de 4 cifras que comienza y termina en 2, tal que su raíz cuadrada y residuo por defecto sea igual el número $\overline{5c}$. Dar como respuesta la suma de sus cifras.

- A) 11 B) 13 C) 15
D) 18 E) 20

57. Si: $\sqrt{mcd\overline{u}} = \overline{mc} + \overline{d\overline{u}}$ y $u = 5$.

Hallar la suma de todos los números $\overline{mcd\overline{u}}$ que cumplen la condición.

- A) 5050 B) 5775 C) 6565
D) 2525 E) 6050

58. ¿Cuántos números de tres cifras múltiplos de 11 existen que al extraer su raíz cuadrada se obtiene como residuo por defecto a 30?

A) Ninguno B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

59. Calcule la raíz cuadrada del producto de todos los números enteros positivos menores que 2500, que tengan exactamente 5 divisores positivos.

A) 210 B) 169 C) 225
D) 256 E) 196

60. ¿Cuántos números de 4 cifras tienen como raíz cúbica exacta la suma de sus cifras?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 5 E) 7

61. Dadas las siguientes proposiciones. Indique el valor de la verdad.

- I. Existen dos números cuadrados perfecto de cuatro cifras $11+7$
II. En el sistema de base siete es posible que $\overline{ab3}_7$, sea un cuadrado perfecto.
III. Existe algún cuadrado perfecto entero que tiene 24 divisores enteros.

- IV. Si $\overline{2bcc}$ y $\overline{ab}$ son cubos perfectos entonces $a + b + c = 13$

A) VFFV B) FFFV C) VFVF
D) FVVV E) FVVF

62. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

I. $E_k = \underbrace{2 \times 3 \times 5 \times \dots \times P_k}_{k \text{ factores}} + 1$ es

cuadrado perfecto para algún primo P_k .

- II. Un cuadrado perfecto al ser llevado a una base n podría ya no ser cuadrado perfecto.

- III. Un número impar que no es $4+1$ no puede ser cuadrado perfecto.

A) Solo I B) Solo II
C) Solo III
D) I y III E) II y III

63. Hallar el máximo valor de la suma:

$$S = a^\alpha + b^\beta + c^\gamma + \dots$$

siendo a ; b ; $c \dots$ primos absolutos diferentes. Además cada sumando representa a un día de cierto mes del año.

$$(\{\alpha, \beta, \gamma, \dots\} \subset \mathbb{Z}^+)$$

A) 214 B) 216 C) 218
D) 220 E) 222

64. Si $(x-2)xy\left(\frac{x}{3}\right)(x-1)$ es un cuadrado perfecto, el valor de y es :

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

65. ¿Cuántos números de cuatro cifras cuadrados perfectos son de la forma $7+2$?

A) 17 B) 19 C) 21
D) 23 E) 25

66. ¿Cuál es el número de 4 cifras, cuadrado perfecto y cuya suma de cifras es 31?. Dar como respuesta su número de centenas.

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

67. Si N representa el número por el cual se debe multiplicar a la suma de los términos de la fracción continua originada por $2061/900$ para que resulte el mayor número cuadrado perfecto de 4 cifras. Calcular N .

A) 217 B) 343 C) 612
D) 680 E) 686

68. Dadas las siguientes proposiciones, indicar el valor de verdad.

I. Si $N^2 = \overline{abcd}$ y $k^2 = \overline{pmn25}$ entonces existen 12 números de la forma $\overline{nd}$.

II. Si $\frac{\overline{ababab(5)}}{1mn(5)}$ es un cuadrado perfecto entonces $(a + b + m + n)$ es 7.

III. Si $k^2 = \overline{abcd}$ y $a + c = b + d = 9$ (k es par), entonces $d - b = 3$.

IV. Si $\overline{4aa5a}$ tiene 49 divisores positivos, entonces el valor de a es 6.

A) VVFF B) VVVV C) FVFF
D) FVVF E) VVFF

69. Se desea calcular un número cubo perfecto de 5 cifras que termine en cifra 4 y para esto se dispone de la siguiente información:

I. El número es múltiplo de 11.
II. La suma de las cifras de su raíz cúbica es 8.

Para calcular dicho número

A) I es suficiente
B) II es suficiente
C) Se necesitan I y II
D) I ó II es suficiente.
E) Las dos juntas son suficientes.

70. Sea $\overline{ab^2} = \left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{b+1}{4}\right)0(b+2)$,

donde 0 denota la cifra cero.

Determine la suma de las cifras de

(a + b).

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 5 E) 7

71. La distancia mínima entre Marte y la Tierra ocurrió en un día y mes que son cubos perfectos y tiene la forma:

$$D = (2n+1)(2n+1)(3n+1)(3n)0n0n$$

(en kilómetros), además la suma de cifras de dicha distancia es igual a uno de los cubos perfectos mencionados. Calcule la distancia entera en millones de kilómetros más aproximada.

- A) 33 B) 34 C) 55
D) 56 E) 78

72. ¿Cuál es la menor cantidad de términos que debe tener la siguiente sucesión 1; 3; 5; 7; 9; 11; ... para que su suma sea un número cuadrado perfecto, de 5 cifras que comienza y termina en 5?

- A) 195 B) 215 C) 225
D) 235 E) 245

73. Hallar el número de cinco cifras de la forma $\overline{abcde}$ sabiendo que es un cubo perfecto y se tiene:

$$3a + b + 7 = 2c + 3d + e,$$

$$2a = 3c + 4d + 2e - 34$$

Dar como respuesta la mayor de sus cifras.

- A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

74. Denotemos con $S(n)$ a la suma de los primeros n enteros positivos. Se dice que un entero positivo n es fantástico si n y $S(n)$ son ambos cuadrados perfectos. Por ejemplo, el número 49 es fantástico, pues tanto 49 como $S(49)$ son cuadrados perfectos; esto es: $49 = 7^2$ y

$$S(49) = 1 + 2 + 3 + \dots + 49 = 1225 = 35^2.$$

Entonces el siguiente número fantástico es aquel cuya suma de cifras es

- A) 16 B) 17 C) 18
D) 19 E) 20

75. En cuántos sistemas de numeración el número 16003008 es un cubo perfecto y es el cubo de un número de tres cifras expresado en cierto sistema de numeración cuya base es un cuadrado perfecto

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

76. Dadas las siguientes proposiciones; indicar si es verdadero o falso:

I. El resto máximo al extraer la raíz quinta de un número es múltiplo de dos enteros consecutivos.

II. Si $\overline{21ab5}$ tiene 9 divisores entonces la suma de las cifras de resto obtenido al extraer su raíz cúbica es 10.

III. Al extraer la raíz cúbica de un número se obtiene como resto máximo $\overline{cab(2c+1)}$.

- A) VVV B) VFF C) VVF
D) VVF E) FFF

77. Si cada (*) representa una cifra, hallar la suma de las cifras de la raíz cuadrada, de acuerdo a la información:

$$\begin{array}{r} \sqrt{\begin{array}{cccccc} * & * & * & * & * & 8 \end{array}} \overline{) \begin{array}{cccccc} * & 7 & * & & & \end{array}} \\ \underline{\begin{array}{cccccc} * & * & & & & \end{array}} \\ \begin{array}{cccccc} 6 & * & * & & & \\ * & * & * & & & \\ & * & * & * & & \\ & & * & * & * & \\ & & & 2 & 7 & \end{array} \end{array}$$

- A) 8 B) 10 C) 12
D) 14 E) 16

78. El siguiente enunciado está expresado en el sistema cuaternario. "La raíz cuadrada de $\overline{abb\bar{c}}$ está dada por $\overline{bb}$, con residuo $\overline{ac}$ ".
Determinar el producto de a y c, sabiendo que es el mayor posible.

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 6 E) 9

79. ¿Cuántos términos de la sucesión 14; 17; 20; 23; ... ; 2012 resultan tener resto máximo al extraerles su raíz cúbica?

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

80. Cuando se extrae la raíz cuadrada del número N se obtiene como raíz un número que es 37 unidades menor que el residuo y un resto al que le faltan "a" unidades para ser máximo. Calcule la suma de cifras de N si a es igual a la cantidad de cifras periódicas que genera la fracción $1/49$

- A) 16 B) 17 C) 18
D) 21 E) 23

81. Al calcular la raíz cuadrada de un número se obtiene como residuo la raíz cuadrada del residuo máximo. Si le agregamos a dicho número 307 unidades obtenemos el cuadrado perfecto inmediato. Halle la suma de las cifras de dicho número.

- A) 14 B) 16 C) 18
D) 20 E) 22

82. Los residuos por defecto y por exceso, que se obtienen al extraer la raíz cuadrada de N son $\overline{a4}$ y $\overline{4a}$ respectivamente. El máximo valor de N tiene como suma de cifras:

- A) 10 B) 12 C) 14
D) 16 E) 18

83. Calcular $a + b + c$ en la operación

$$\sqrt[3]{\begin{array}{r} 9abc1 \\ \underline{5} \end{array}}$$

- A) 11 B) 12 C) 14
D) 15 E) 17

84. Al extraer la raíz cúbica por defecto de $926bcd\bar{e}$ se obtuvo como resto 358. El valor de $(b+c+d+e)$ es:

- A) 13 B) 15 C) 16
D) 17 E) 19

85. Cuántos números cumplen con la siguiente: al extraer su raíz cúbica, se obtiene como residuo, su residuo máximo, el cual es un número de 3 cifras que comienza en 3.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

86. Si $\overline{xy76}^2 = \overline{107xy1(2x+1)z}$. ¿Cuántos términos tiene la secuencia $\overline{xz} \times \overline{(y-1)(z-1)}$; $\overline{xz} \times \overline{(y-1)z}$; $\overline{xz} \times \overline{(y-1)(z-1)}$; ... $\overline{xz} \times 1800$, que son cubos perfectos?

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

87. Si N es el menor número de 4 cifras tal que al extraerle su raíz cúbica por exceso su raíz "k" y su residuo es igual al residuo es igual al residuo máximo que se obtiene al extraer la raíz cúbica

a $k^3 - 1$. calcular la suma de cifras N .

- A) 10 B) 12 C) 14
D) 16 E) 18

88. La suma de las cifras de la raíz cuadrada de $N = 444...44888...889$, que es un cuadrado perfecto, es igual a 91. ¿Cuántas cifras tiene N si la mitad de ellas son cuatros?

- A) 14 B) 15 C) 30
D) 32 E) 36

89. ¿Cuántos números de tres cifras, son tales que al extraerles su raíz cuadrada en menos de 1 unidad el residuo es igual a la raíz?

- A) 21 B) 22 C) 23
D) 25 E) 20

90. Halle el valor de $\sqrt{49375}$ con $1/10$ de aproximación

- A) 220,4 B) 220,2 C) 221,4
D) 222,2 E) 231,4

91. Calcular el valor de $R = \sqrt[3]{44300}$ por defecto con 0,05 de aproximación

- A) 35,20 B) 35,30 C) 35,35
D) 35,40 E) 36,00

92. ¿Cuántos de los siguientes números aproximan a $\sqrt{26}$ en menos $\frac{4}{25}$

I. 4,79 II. 5,12 III. 5,10
IV. 5,26 V. 4,90

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

93. ¿Cuántos números naturales N , son tales que el número 7 aproxima a $\sqrt[3]{N}$ con un error menor que $\frac{1}{2}$?

A) 145 B) 146 C) 147
D) 148 E) 149

94. Sea $\frac{a}{b}$ la fracción múltiplo de $\frac{4}{7}$ que aproxima a $\sqrt[3]{100}$ con un error menor que $\frac{4}{7}$, siendo $\frac{a}{b} > \sqrt[3]{100}$. Halle $(a + b)$

A) 35 B) 37 C) 39
D) 41 E) 43

95. ¿Cuántas fracciones propias, cuya suma de términos es 48, tienen como raíz cuadrada a un número que se aproxima a 0,7 en menos de un décimo?

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

96. Sea R_1 la raíz aproximada por defecto de $\frac{2n+1}{2n+3}$ ($n \in \mathbb{N}$) con un error menor que $\frac{1}{2n+3}$ y R_2 la raíz aproximada por exceso de $\frac{2n+1}{2n+3}$ con un error menor que $\frac{1}{2n+3}$. Determine $(R_1 + R_2)$

A) $\frac{4n+1}{2n+3}$ B) $\frac{4n+2}{2n+3}$

C) $\frac{4n+3}{2n+3}$

D) $\frac{4n+4}{2n+3}$ E) $\frac{4n+5}{2n+3}$

97. Un jardinero quiere plantar sus árboles igualmente espaciados (en las filas y columnas) en un terreno cuadrado de 234m de lado. Si la separación entre árbol y árbol fuera 1,2m, le faltarían 3000 árboles. Hallar la distancia entre árboles (en metros) para que le sobren 2655 árboles.

A) 1,30 B) 1,40 C) 1,50
D) 1,25 E) 1,35

98. En la sucesión $\frac{7}{8}; \frac{14}{8}; \frac{21}{8}; \dots$ existen dos términos consecutivos x_n y

x_{n+1} tales que $\sqrt[3]{\frac{3,17}{0,065}} \in \langle x_n, x_{n+1} \rangle$, entonces la suma de las cifras del numerador de x_n es

- A) 11 B) 13 C) 15
D) 17 E) 19

99. En la siguiente radicación cúbica cada letra y cada * representa a una cifra, entonces $(a + b + c + d)$ es:

$$\begin{array}{r} \sqrt[3]{\begin{array}{cccccc} a & b & c & d & e & f \end{array}} \quad \begin{array}{c} * \\ * \end{array} \\ \begin{array}{r} * \ a \ * \\ \hline 9 \ 3 \ * \ * \ * \\ \hline * \ * \ * \ * \ * \\ \hline * \ a \ 3 \ 0 \ 0 \end{array} \end{array}$$

- A) 24 B) 25 C) 26
D) 27 E) 28
100. Si existen 683 cuadrados perfectos de k cifras, ¿cuántos cubos perfectos de k cifras existen?

- A) 50 B) 52 C) 53
D) 54 E) 55

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**Resolución 1:**

Sea el menor número:

N

Del dato:

$$3224 \times N = k^2$$

$$2 \times 3 \times 7^2 \times 11 \times \underbrace{N}_{2 \times 3 \times 11} = k^2$$

$$\therefore N = 66$$

Rpta.: A**Resolución 2:**

De los datos:

$$* N \times 2 \times 3^2 = k^3$$

$$* N \times 3 \times 5 = p^2$$

Como N es mínimo:

$$\Rightarrow N = 2^2 \times 3^1 \times 5^3$$

$$\therefore N = 1500$$

Rpta.: D**Resolución 3:**

Del dato:

$$k^2; \underbrace{\dots\dots\dots; x; \dots\dots\dots}_{248 \text{ \#s}}; (k+1)^2$$

mayor #
↓
x

249 #s

Se observa que:

$$(k+1)^2 - k^2 = 249$$

$$2k + 1 = 249$$

$$k = 124$$

Hallando x:

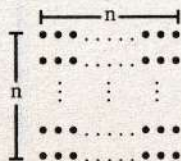
$$x = (k+1)^2 - 1 = 125^2 - 1$$

$$x = 15624$$

$$\therefore 1+5+6+2+4 = 18$$

Rpta.: E**Resolución 4:**

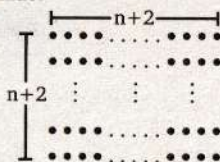
Sea el # de soldados por fila "n", luego:



Como le sobran 56 hombres:

$$(\# \text{ de soldados}) = n^2 + 56$$

Al poner una fila más por lado:



Como le faltan 88 soldados para completar el cuadrado:

$$(\# \text{ de soldados}) = (n+2)^2 - 88$$

$$n^2 + 56 = (n+2)^2 - 88$$

$$144 = 4n + 4 \rightarrow n = 35$$

$$\therefore (\# \text{ de soldados}) = 35^2 + 56 = 1281$$

Rpta.: B

Resolución 5:

Por dato:

$$\sqrt[m]{\text{amor}} = 7$$

$$\text{amor} = 7^m \dots (\alpha)$$

Se sabe que:

$$1000 \leq \text{amor} < 10000$$

$$1000 \leq 7^m < 10000$$

$$\rightarrow m = 4$$

En (α) :

$$\text{amor} = 7^4 = 2401$$

$$\therefore a + m + o + r = 7$$

Rpta.: C

Resolución 6:

Se tiene:

$$\overline{1aaa} = k^2$$

Según su última cifra:

$$a = \{0; 1; 4; 5; 6; 9\}$$

$$\text{obs: Si } a = 0 \rightarrow 1000 \neq k^2$$

Por divisibilidad, con respecto al módulo 4:

$$k^2 = \begin{matrix} \nearrow 4 \\ \searrow 4+1 \end{matrix}$$

$$\overline{1aaa} = k^2$$

$$11 = 4 + 3 \times$$

$$44 = 4 \checkmark$$

$$55 = 4 + 3 \times$$

$$66 = 4 + 2 \times$$

$$99 = 4 + 3 \times$$

Luego:

$$1444 = 38^2$$

$$\therefore a = 4$$

Rpta.: B**Resolución 7:**

Sea:

$$N = \overline{2abc5}$$

Por dato:

 $CD_{\text{PROPIOS DE } N} \text{ es par, pero se sabe que:}$

$$\boxed{CD_{\text{PROPIOS DE } N} = CD(N) - 1} \nmid CD(N) \text{ es impar}$$

Luego:

$$2abc5 = k^2 \rightarrow c = 2$$

$$\overline{2ab} = \underbrace{n}_{(n)} \underbrace{(n+1)}_{(n+1)}$$

$$210 \quad 14 \times 15 \rightarrow a=1 \wedge b=0$$

$$240 \quad 15 \times 16 \rightarrow a=4 \wedge b=0$$

$$272 \quad 16 \times 17 \rightarrow a=7 \wedge b=2$$

$$\therefore \text{ mayor: } a + b + c = 11$$

Rpta.: C**Resolución 8:**

Se tiene:

$$\overline{mnp}^2 = \overline{nq6r0} \rightarrow p=0 \wedge r=0 \text{ (por terminación en ceros)}$$

Luego:

$$\overline{mn}^2 = \overline{nq6} \rightarrow n=4 \vee n=6$$

Si:

$$n = 4: \overline{m4}^2 = \overline{4q6} \text{ (no hay solución)}$$

$$n = 6: \overline{m6}^2 = \overline{6q6} \rightarrow m=2 \wedge q=7$$

$$\therefore m + n + p + q + r = 15$$

Rpta.: B**Resolución 9:**

Sea:

$$\overline{abcd} = k^2 = \begin{matrix} \nearrow 3 \\ \searrow 5 \end{matrix}$$

$$* k^2 = 15^2 \rightarrow k = 15 = 15n; n \in \mathbb{Z}^+$$

Luego:

$$\overline{abcd} = (15n)^2 \rightarrow \overline{abcd} = 225n^2$$

Pero:

$$1000 \leq \overline{abcd} < 10000$$

$$1000 \leq 225n^2 < 10000$$

$$4, \dots \leq n^2 < 44, \dots$$

$$2, \dots \leq n < 6, \dots \nmid n = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$\therefore \text{ Existen 4 s } k^2 \text{ que son } 15$$

Rpta.: C

Resolución 10: Se tiene la sucesión: $24(1); 24(2); 24(3); \dots; 24(1200)$
donde el término general es:

$$t_n = 24 \times n; \text{ donde } 1 \leq n \leq 1200 \dots (\alpha)$$

Se quiere:

$$24n = k^2$$

$$2^3 \times 3^1 \times n = k^2 \rightarrow n = 2 \times 3 \times p^2$$

En (α) :

$$1 \leq 6p^2 \leq 1200$$

$$0, \dots \leq p^2 \leq 200$$

$$0, \dots \leq p \leq 14, \dots$$

$$\phi p = \{1; 2; 3; \dots; 14\}$$

$\therefore$ Hay 14 términos de la sucesión que son cuadrados perfectos

Rpta.: E

Resolución 11: Del dato: $\overline{23xy} = k^2$
como es un k^2 al extraerle su raíz cuadrada, ésta es exacta
Luego:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{23xy} & k = 48 \\ 16 & 88 \times 8 \\ \hline 7xy & \\ 704 & \\ \hline \end{array}$$

$$\phi x = 0 \wedge y = 4$$

$$\therefore 2x + 3y = 12$$

Rpta.: B

Resolución 12: Sea el #: N
Por dato:

$$\sqrt{N} \mid k$$

$$r_{\max} = 80$$

$$2k = 80$$

$$k = 40$$

Luego :

$$N = k^2 + 80 = 40^2 + 80$$

$$\therefore N = 1680$$

Rpta.: D

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 11

Resolución 13: Sea el #:

N

Por defecto Por exceso

$$\begin{array}{cc} \sqrt{N} \overline{)k} & \sqrt{N} \overline{)k+1} \\ r=41 & r_e=90 \end{array}$$

Se sabe:

$$r + r_e = 2k + 1$$

$$41 + 90 = 2k + 1 \rightarrow k = 65$$

Luego:

$$N = 65^2 + 41$$

$$\therefore N = 4266$$

Rpta.: B**Resolución 14:** Sea el #:

N

Por dato:

$$\begin{array}{r} \sqrt[3]{N} \overline{)k} \\ r_{\max} = aa40 \\ 3k(k+1) = aa40 \\ \downarrow \\ 3 = 2a + 4 \\ \quad \swarrow \downarrow \\ \quad 1; 4; 7 \end{array}$$

$$\text{Si } a = 1$$

$$\diamond 3k(k+1) = 1140$$

$$\underline{k(k+1)} = 380 \rightarrow k = 19$$

$$\begin{array}{cc} 19 & 20 \end{array}$$

Nota
Si $a=4 \vee a=7$ no
hay valor Z para k

Luego:

$$N = k^3 + aa40 = 19^3 + 1140$$

$$\diamond N = 7999$$

$$\therefore 7 + 9 + 9 + 9 = 34$$

Rpta.: C**Resolución 15:** Sea el #: $\overline{abc}$

Por dato:

$$\begin{array}{r} \sqrt{\overline{abc}} \overline{)k} \\ r_{\max} = 2k \\ \diamond \overline{abc} = k^2 + 2k \end{array}$$

Sumando 1 a cada miembro:

$$\overline{abc} + 1 = k^2 + 2k + 1$$

$$\overline{ab(c+1)} = (k+1)^2$$

Obs:
Si al extraer la raíz cuadrada
de N, el resto es máximo
entonces $(N+1)$ es un k^2

Como $\overline{abc}$ es máximo $\rightarrow k = 30$

Luego:

$$\overline{ab(c+1)} = 31^2 = 961$$

$$\therefore \overline{abc} = 960$$

Rpta.: A

Resolución 16: Como al extraer la raíz cuadrada de $\overline{6abc4}$ el resto es máximo, entonces:

$$\overline{6abc5} = k^2 \rightarrow c = 2$$

Además:

$$\overline{6ab} = \underline{n(n+1)}$$

$$600 = 24 \times 25 \times (a \neq 0)$$

$$650 = 25 \times 26 \checkmark \rightarrow a=5 \wedge b=0$$

$$\therefore a + b + c = 7$$

Rpta.: C

Resolución 17: Sea el #:

N

Por defecto Por exceso

$$\begin{array}{cc} \sqrt{N} \overline{)k} & \sqrt{N} \overline{)k+1} \\ r & r_e \end{array}$$

De los datos:

$$\underline{k + (k+1)} = 47 \rightarrow k = 23$$

$$r + r_e = 47$$

$$r - r_e = 7; (N \text{ es máximo})$$

Resolviendo:

$$r = 27 \wedge r_e = 20$$

Luego:

$$N = k^2 + r = 23^2 + 27 \rightarrow N = 556$$

$$\therefore 5 + 5 + 6 = 16$$

Rpta.: C

Resolución 18: Sea el #:

N

Por defecto Por exceso

$$\begin{array}{cc} \sqrt[3]{N} \overline{)k} & \sqrt[3]{N} \overline{)k+1} \\ r & r_e \end{array}$$

De los datos:

$$r = 15(7) \rightarrow r = 105$$

$$r_e = 16(7) \rightarrow r_e = 112$$

$$r + r_e = 217$$

$$31(7)$$

Se sabe que:

$$r + r_e = 3k(k+1) + 1$$

$$\Rightarrow 216 = 3k(k+1) \rightarrow k=8$$

Luego:

$$N = k^3 + r = 8^3 + 105 \rightarrow N = 617$$

$$\therefore 6 + 1 + 7 = 14$$

Rpta.: D**Resolución 19:** Sea el #:

N

De los datos:

$$* \sqrt[23]{N} \mid k \quad \diamond N = k^2 + 23 \dots (\alpha)$$

$$* \sqrt[19]{4N} \mid q$$

$$\diamond 4N = q^2 + 19$$

$$4(k^2 + 23) = q^2 + 19$$

$$73 = q^2 - 4k^2$$

$$73 \times 1 = (q + 2k)(q - 2k)$$

$$\diamond q + 2k = 73$$

$$\diamond q - 2k = 1$$

$$q = 37 \wedge k = 18$$

Resolviendo:

En (α) :

$$N = 18^2 + 23 \rightarrow N = 347$$

$$\therefore 3 + 4 + 7 = 14$$

Rpta.: A**Resolución 20:** Sean los números de la forma:

N

De los datos:

$$\sqrt[r]{N} \mid k=9$$

$$\diamond N = 9^3 + r$$

Se sabe que:

$$0 \leq r < 3k(k+1) + 1$$

$$0 \leq r < 3 \times 9 \times (10) + 1$$

$$0 \leq r < 271$$

$$\diamond r = \{0; 1; 2; 3; \dots; 270\}$$

271 valores

 $\therefore$ N toma 271 valores**Rpta.: C**

Resolución 21: Sea el menor número 11^0 y 18^0 :

$$198n$$

Por dato:

$$198n + \frac{4}{11}(198n) = k^2$$

$$270n = k^2$$

$$2 \times 3^3 \times 5 \times n = k^2 \rightarrow n = 30$$

$$\therefore \text{el número es } 198(30) = 5940$$

Rpta.: A

Resolución 22: Del dato:

$$\overline{mn0mn}_{(5)} = k^2$$

Descomponiendo por bloques:

$$\overline{mn}_{(5)} \times 5^3 + \overline{mn}_{(5)} = k^2$$

$$126 \times \overline{mn}_{(5)} = k^2$$

$$2^1 \times 3^2 \times 7^1 \times \overline{mn}_{(5)} = k^2 \rightarrow \overline{mn}_{(5)} = 2^1 \times 7^1$$

$$\overline{mn}_{(5)} = 14 = 24_{(5)}$$

$$\therefore m + n = 6$$

Rpta.: C

Resolución 23: Como la cantidad de divisores de N es impar $\rightarrow N = k^2$

Se tiene:

$$N = \overline{mnp} + 2.\overline{mnp} + 3.\overline{mnp} + \dots + 24.\overline{mnp}$$

$$N = \overline{mnp} (1+2+3+\dots+24)$$

$$N = \overline{mnp} \times \frac{24 \times 25}{2}$$

$$\overline{N} = 300 \times \overline{mnp}$$

$$k^2 = 2^2 \times 3 \times 5^2 \times \overline{mnp} \rightarrow \overline{mnp} = 3 \times x^2$$

pero:

$$100 \leq \overline{mnp} < 1000$$

$$100 \leq 3x^2 < 1000$$

$$33, \dots \leq x^2 < 33, \dots$$

$$5, \dots \leq x < 18, \dots$$

$\sqrt{\quad}$:

$$\hat{D} x = \{6; 7; 8; \dots; 18\}$$

13 valores

$$\therefore \overline{mnp} \text{ toma 13 valores}$$

Rpta.: D

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 11

Resolución 24: Sean los #s de la forma: $\overline{abc7} = k^3$; (Obs: k tiene 2 cifras)

$$\diamond \overline{abc7} = \overline{n3}$$

Si: $n=1 \rightarrow 13^3 = 2197 \checkmark$

$$n=2 \rightarrow 23^3 = 12167 \times$$

$\therefore$ Solo existe un cubo perfecto de 4 cifras que termina en la cifra 7

Rpta.: A

Resolución 25: De los datos:

$$* \overline{ab} - \overline{cd} = 25 \rightarrow \overline{ab} = \overline{cd} + 25 \dots (\alpha)$$

$$* \overline{abcd} = k^2$$

$$\diamond \overline{ab} \times 10^2 + \overline{cd} = k^2$$

$$(\overline{cd} + 25) \times 100 + \overline{cd} = k^2$$

$$101 \times \overline{cd} = k^2 - 2500$$

$$101 \times \overline{cd} = (k-50)(k+50)$$

se diferencian
en 100

$$\diamond \text{ Sólo } \overline{cd} = 01$$

En (α) :

$$\overline{ab} = 26$$

$$\therefore a + b + c + d = 9$$

Rpta.: A

Resolución 26: Como N tiene una cantidad impar de divisores $\rightarrow N = k^2$

Se tiene:

$$N = \overline{60ab0} = k^2$$

cuadrado
perfecto

$$\left. \begin{aligned} N = k^2 = \overset{\circ}{3} &\rightarrow k^2 = \overset{\circ}{9} \\ N = k^2 = \overset{\circ}{13} &\rightarrow k^2 = \overset{\circ}{169} \end{aligned} \right\} k^2 = \overset{\circ}{1521}$$

Luego:

$$\overline{60ab00} = \overset{\circ}{1521}$$

$$\overline{60ab} \times 100 = \overset{\circ}{1521}$$

$$\diamond \overline{60ab} = \overset{\circ}{1521} \rightarrow \overline{60ab} = 6084$$

1521(4)

$$\therefore a + b + c = 12$$

Rpta.: C

Obs:

$$\text{Si: } k^2 = \overset{\circ}{9} \rightarrow k = \overset{\circ}{3}$$

$$k^2 = \overset{\circ}{169} \rightarrow k = \overset{\circ}{13}$$

POTENCIACIÓN - RADICACIÓN

Resolución 27: Se tiene:

$$\overline{abc}^2 = \overline{51(4b)(2b)d0}$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ 0 & & 0 \end{array}$$

Además:

$$\overline{ab}^2 = \overline{51(4b)(2b)} \quad ; \text{ Solo } b=2$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ 2 & & 4 \end{array}$$

$$\diamond \overline{a2}^2 = 5184$$

$$\overline{a2}^2 = 72^2 \rightarrow a = 7$$

$$\therefore a + b + c + d = 9$$

Rpta.: B**Resolución 28:** Se tiene:

$$\overline{a(b+1)5}^2 = \overline{(c+1)b0cd} \rightarrow \overline{cd} = 25$$

Reemplazando:

$$\overline{a(b+1)5}^2 = \overline{3b025}$$

además se cumple que:

$$\overline{a(b+1)} \times \overline{[a(b+1) + 1]} = \overline{3b0} \rightarrow a=1 \wedge b=8$$

$$\begin{array}{ccc} 19 & 20 & 380 \end{array}$$

$$\therefore a + b \times c + d = 22$$

Rpta.: B**Resolución 29:** Sea el #:

$$\overline{a(a+1)(a+2)(a+3)}$$

Cuando se permutan las 2 primeras cifras:

$$\overline{(a+1)(a+2)(a+3)} = k^2$$

$$\downarrow 4; 5; 6; 9 \quad (\text{Obs: } 0 < a)$$

Si:

$$a=1 \rightarrow \overline{2134} \neq k^2$$

$$\begin{array}{ccc} & \downarrow & \\ & 4+2 & \end{array}$$

$$a=2 \rightarrow \overline{3245} \neq k^2$$

$$a=3 \rightarrow \overline{4356} = 66^2 = k^2$$

$$a=6 \rightarrow \overline{7689} \neq k^2$$

$$\begin{array}{ccc} & \downarrow & \\ & 9+3 & \end{array}$$

$$\therefore \text{ el número es } 4356$$

Rpta.: B

Resolución 30: Se tiene:

$$\begin{aligned} * \overline{abcde} &= k^3 \dots (\alpha) \\ * a + c + e &= 19 \\ * b + d &= 8 \end{aligned}$$

Aplicando el módulo 9 en (α) :

$$9 + \underbrace{a+b+c+d+e}_{27} = k^3 \Rightarrow \overset{\circ}{9} = k^3 \rightarrow k = \overset{\circ}{3}$$

Aplicando el módulo 11 en (α) :

$$\begin{aligned} \overset{\circ}{11} + a - b + c - d + e &= k^3 \\ \overset{\circ}{11} + \underbrace{a+c+e}_{19} - \underbrace{(b+d)}_8 &= k^3 \Rightarrow \overset{\circ}{11} = k^3 \rightarrow k = \overset{\circ}{11} \end{aligned}$$

Luego $k = \overset{\circ}{33} = 33n$, entonces:

$$\begin{aligned} \overline{abcde} &= (33n)^3 \\ \overline{abcde} &= 35937 n^3 \rightarrow n=1 \\ \therefore k &= 33 \end{aligned}$$

Rpta.: D

Resolución 31: Se tiene:

$$\overline{(m+n)pp(n-2)5} = \overline{mn}^3 \rightarrow n=5$$

además:

$$\begin{aligned} (m-2) &= 2 \vee (m-2) = 7 \\ m &= 4 \vee m = 9 \end{aligned}$$

pero:

$$(m+n) < 10 \rightarrow m = 4$$

Luego:

$$\overline{9pp25} = 45^3 \rightarrow p = 1$$

$\therefore m + n + 2p = 11$

Rpta.: A

Resolución 32: Por dato:

$$\begin{aligned} \overline{an} \overline{an} - 1 &= k^2 \\ \overline{an} \times 10^2 + \overline{an} - 1 &= k^2 \\ 101 \times \overline{an} - 1 &= k^2 \end{aligned}$$

Restándole 100 miembro a miembro:

$$\begin{aligned} 101 \times \overline{an} - 1 - 100 &= k^2 - 100 \\ 101(\overline{an} - 1) &= (k-10)(k+10) \end{aligned}$$

81 se diferencian en 20

$$\diamond \overline{an} = 82$$

$\therefore a + n = 10$

Rpta.: C

- Resolución 33:** Se tiene: $\overline{9ab4} = k^2 \rightarrow k$ tiene 2 cifras
 $\diamond \overline{9ab4} = \overline{mn}^2$
 $\downarrow \quad \downarrow$
 $9 \quad 2 \vee 8$
- Si: $\overline{mn} = 92 \rightarrow 92^2 = 8464 *$
 $\overline{mn} = 98 \rightarrow 98^2 = 9604 \checkmark$
 $\diamond \overline{9ab4} = 9604$
 $\therefore a + b = 6$

Rpta.: B

- Resolución 34:** Se tiene: $\overline{a3b} = \overline{40p5q3419}$
 Se observa que: $* b^3 = \dots 9 \rightarrow b=9$
 $* a^3 = \overline{40p} \rightarrow a=7$
- Luego: $739^3 = 403583419$
 $\therefore a + b = 16$

Rpta.: E

- Resolución 35:** Se tiene: $\underbrace{2 + 6 + 10 + \dots}_{\text{"n" sumandos}} = \overline{154xyz0}$
- Se sabe que en una progresión aritmética:
 $t_n = t_1 + (n-1) \times r$
 $t_n = 2 + (n-1) \times 4 \rightarrow t = 4n-2$
 $\diamond \underbrace{2 + 6 + 10 + \dots + (4n-2)}_{\text{"n" sumandos}} = \overline{154xyz0}$
 $\left[\frac{2 + (4n-2)}{2} \right] \times n = \overline{154xyz0}$
 $2 \times n^2 = \overline{154xyz0} \diamond n = 5$
- Pero: $1540000 \leq \overline{154xyz0} \leq 1549990$
 $1540000 \leq 2n^2 \leq 1549990$
 $770000 \leq n^2 \leq 774995$
 $\sqrt{} : 877, \dots \leq n \leq 880, \dots$
 como $n = 5 \rightarrow n = 880$
- Luego: $2 \times 880^2 = \overline{154xyz0} \rightarrow x = 8; y = 8; z = 0$
 $\therefore x + y + z + n = 896$

Rpta.: E

Resolución 36: Del dato:

$$\overline{cdcdcd1} = k^3 \rightarrow k = \overline{mn1}$$

$\hookrightarrow 1 \ 6 \ 2$

Luego:

$$\overline{cd} \times 10^5 + \overline{cd} \times 10^3 + \overline{cd} \times 10^1 + 1 = k^3$$

$$101010 \times \overline{cd} = k^3 - 1$$

$$\frac{2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 13 \times 37 \times \overline{cd}}{\overbrace{\hspace{1.5cm}}^{\dots 0}} = \frac{(k-1)(k^2+k+1)}{0}$$

Si:

$$2 \times 3 \times 5 \times 7 = k - 1 \rightarrow k = 211$$

$$\diamond 211^3 = 9393931 = \overline{cdcdcd1}$$

$$\therefore c + d = 12$$

Rpta.: B**Resolución 37:** Sean los #s de la forma: k^2

De los datos:

$$k^2 = \dots 9 = \overline{abc}_{(7)}$$

$$\text{como } k^2 = \dots 9 \rightarrow k = \dots 3 \vee k = \dots 7$$

Se sabe que también que: $100_{(7)} \leq \overline{abc}_{(7)} < 1000_{(7)}$

$$49 \leq k^2 < 343$$

 $\sqrt{}$:

$$7 \leq k < 18, \dots$$

$$\diamond k = \{7; 13; 17\}$$

 $\therefore$ Existen 3 números**Rpta.: B****Resolución 38:** De los datos:

$$k = \overset{\circ}{3}, a + c + d = \overset{\circ}{3} + 1$$

$$\overline{abcd} = k^2 \dots (\alpha)$$

Aplicando el modulo 3:

$$\overset{\circ}{3} + \overset{\circ}{a} + \overset{\circ}{b} + \overset{\circ}{c} + \overset{\circ}{d} = k^2$$

$$\overset{\circ}{3} + \overset{\circ}{3} + 1 + \overset{\circ}{d} = (\overset{\circ}{3})^2$$

$$\overset{\circ}{d} = \overset{\circ}{3} - 1$$

$$\overset{\circ}{2} \times$$

$$\overset{\circ}{5} \checkmark$$

$$\overset{\circ}{8} \times$$

(Por terminación en k^2)
 $d \neq 2 \neq 3 \neq 7 \neq 8$ En (α) :

$$\overline{abc5} = k^2 \rightarrow c = 2 \vee \overline{ab} = n(n+1)$$

$$a + b + \overset{\circ}{c} = \overset{\circ}{3} + 1 \rightarrow a + b = \overset{\circ}{3} - 1$$

Luego; $a+b$ es máximo y: $\overline{ab} = \frac{n(n+1)}{7 \times 8} \rightarrow \overline{ab} = 56$

$$\therefore a + b = 11$$

Rpta.: B

Resolución 39: Se tiene:

$$\overline{aa}^2 = \overline{b \, b \, c \, c}$$

0 0 * no cumple ya que $\overline{bb} \neq k^2$

1 1 * no cumple ya que $11 = 4 + 3$

4 4 ✓ cumple

5 5 * no cumple ya que $\overline{bb55} \neq k^2$

6 6 * no cumple ya que $66 = 4 + 2$

9 9 * no cumple ya que $99 = 4 + 3$

∅ c=4 ; luego:

$$\overline{aa}^2 = \overline{bb44} \rightarrow a=2 \vee a=8$$

pero:

$$a^2 \cong \overline{bb} \rightarrow a=8$$

luego:

$$88^2 = 7744 = \overline{bb44} \rightarrow b=7$$

$$\therefore a + b + c = 19$$

Rpta.: D

Resolución 40: Sean los #s: de la forma: $\overline{abc}$

por dato:

$$\overline{abc} - (a+b+c) = k^2$$

$$100a + 10b + c - a - b - c = k^2$$

$$99a + 9b = k^2$$

$$\underbrace{9(11a + b)}_{3^2 \text{ Cuadrado Perfecto}} = k^2$$

$$\emptyset \underbrace{11a + b}_{\substack{1 \quad 5 \\ 2 \quad 3 \\ 3 \quad 3 \\ 4 \quad 5 \\ 5 \quad 9 \\ 7 \quad 4}} = \underbrace{p^2}_{\substack{4^2 \\ 5^2 \\ 6^2 \\ 7^2 \\ 8^2 \\ 9^2}}$$

Luego:

$$\overline{a \, b \, c}$$

$$1-5 \, 0$$

$$2-3 \, 1$$

$$3-3 \, 2$$

$$4-5 \, 3$$

$$5-9 \, :$$

$$7-4 \, 9$$

$$\therefore \left(\begin{array}{c} \text{Total de} \\ \text{Numerales} \end{array} \right) = 6 \times 10 = 60$$

Rpta.: B

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 11

Resolución 41: Del dato:

$$\sqrt{abab} \mid 2 \times ab$$

$$\diamond \overline{abab} = (2 \times \overline{ab})^2 + \overline{ab}$$

$$\overline{ab} \times 10^2 + \overline{ab} = 4 \times \overline{ab}^2 + \overline{ab}$$

$$100 \times \overline{ab} = 4 \times \overline{ab}^2 \rightarrow \overline{ab} = 25$$

$$\therefore a + b = 7$$

Rpta.: C**Resolución 42:** Sea el número:
De los datos:

N

$$* \sqrt{N} \mid k$$

$$\diamond N = k^2 + 52$$

$$* \sqrt{N+1000} \mid k+2$$

$$r_{\max} = 2(k+2)$$

$$\diamond \sqrt[2]{N} + 1000 = (k+2)^2 + 2(k+2)$$

$$k^2 + 52 + 1000 = k^2 + 4k + 4 + 2k + 4$$

$$1044 = 6k$$

$$\therefore k = 174$$

Rpta.: E**Resolución 43:** Se tiene:

$$\sqrt[3]{68abc} \mid k = 4n$$

$$\diamond \overline{68abc} = \overline{4n^3} + \overline{c4}$$

Se observa que $n > 0$:Si $n=1$:

$$\overline{68abc} = \overline{41^3} + \overline{c4}$$

$$\overline{68abc} = \overline{68921} + \overline{c4} \rightarrow c = 5$$

Luego:

$$\overline{68abc} = \overline{68921} + 54$$

$$\overline{68abc} = \overline{68975} \rightarrow a=9 \wedge b=7$$

$$\therefore a + b = 16$$

Rpta.: C

Resolución 44: Se tiene:

$$\sqrt[r]{N} \mid k=21$$

Por dato:

$$N = 21^2 + r \rightarrow N = 441 + r$$

$$N \times 21 \times r = 46830$$

$$\underbrace{N}_{441+r} \times r = \underbrace{2230}$$

$$(441+r) \times r = 446 \times 5 \rightarrow r = 5$$

$$\rightarrow N = 446$$

$$\therefore N + k + r = 472$$

Rpta.: C

Resolución 45: De los datos:

$$\sqrt[3]{abc} \mid k \quad \diamond \overline{abc} = k^3 + 18$$

$$\sqrt[3]{cba} \mid k+1 \quad \diamond \overline{cba} = (k+1)^3 + 89, \text{ (Obs: } k < 9)$$

Luego:

$$\overline{cba} - \overline{abc} = (k+1)^3 + 89 - (k^3 + 18)$$

$$99(c-a) = 3k(k+1) + 72$$

$$\underbrace{33(c-a)}_3 = \underbrace{k(k+1)}_3 + \underbrace{24}_3 \dots (\alpha)$$

Se observa que:

$$k(k+1) = 3 \rightarrow k = 3 \vee k+1 = 3$$

En (α) solo $k=6$:

$$33(c-a) = 6 \times 7 + 24 \rightarrow c-a = 2$$

Entonces:

$$\overline{abc} = 6^3 + 18 \rightarrow \overline{abc} = 234$$

$$\therefore k + b = 6 + 3 = 9$$

Rpta.: B

Resolución 46: Se tiene:

$$\sqrt[r]{N} \mid k \quad \diamond N = k^2 + 9 \dots (\alpha)$$

Como 53 es la cantidad máxima que se puede agregar al radicando para que la raíz aumente en 2 unidades, entonces al extraer la raíz cuadrada del nuevo radicando genera un residuo máximo

$$\sqrt[r_{\max}=2(k+2)]{N+53} \mid k+2 \quad \diamond \overline{N+54} = (k+3)^2$$

$$k^2 + 9 + 54 = k^2 + 6k + 9 \rightarrow k = 9$$

En (α) :

$$N = 9^2 + 9 = 90$$

$$\therefore 9 + 0 = 9$$

Recordando:

Si al extraer la raíz cuadrada de un número se obtiene residuo máximo entonces su consecutivo ascendente es cuadrado perfecto

Rpta.: E

Resolución 47: Sean los números:
De los datos:

N y M

$$\begin{aligned} * \sqrt[3]{N} \overline{)k} \quad \Diamond N + 1 &= (k+1)^3 \\ r_{\max} = 3k(k+1) \quad N &= (k+1)^3 - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \sqrt{M} \overline{)k} \quad \Diamond M + 1 &= (k+1)^2 \\ r_{\max} = 2k \quad M &= (k+1)^2 - 1 \end{aligned}$$

$$\frac{N}{M} = \frac{421}{21}$$

Se sabe también que: $\frac{(k+1)^3 - 1}{(k+1)^2 - 1} = \frac{421}{21}$

Aplicando proporciones: $\frac{(k+1)^3 - 1 - [(k+1)^2 - 1]}{(k+1)^2 - 1} = \frac{421 - 21}{21}$

$$\frac{(k+1)^2 \cdot [(k+1) - 1]}{(k+1+1)(k+1-1)} = \frac{400}{21}$$

$$\frac{(k+1)^2}{k+2} = \frac{20^2}{21}$$

$$\therefore k = 19$$

Rpta.: A

Resolución 48: Reconstruyendo la operación de la raíz cuadrada:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{2abc6} & \overline{des} \\ 1 & \overline{2e \times e} \\ \underline{1ab} & \overline{\square\square s \times s} \\ --- & \\ .c6 & \\ \underline{..9} & \\ e7 & \end{array}$$

Se observa que:

$$* d^2 \leq 2 \rightarrow d=1$$

$$* 4 < e < 8 \rightarrow \square = 3 \wedge \square = \{0; 2; 4\}$$

$$\begin{aligned} * \overline{3\square s} \times s &= \overline{..9} \rightarrow \text{sólo } s = 3 \\ &\rightarrow \square \neq 4 \wedge e \neq 7 \end{aligned}$$

Si $e=5$, se tendría:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{2abc6} & \overline{153} \\ 1 & \overline{25 \times 5} \\ \underline{1ab} & \overline{303 \times 3} \\ 125 & \\ \underline{9c6} & \\ 909 & \\ \underline{57} & \end{array}$$

$$\begin{aligned}\diamond \overline{2abc6} &= 153^2 + 57 = 23466 \\ &\rightarrow a = 3; b = 4; c = 6\end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 19$$

Rpta.: B

Resolución 49: Se tiene:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt[3]{a'b'cd} & \overline{ad} \rightarrow a^3 \cong a \\ 190 & \text{sólo } a = 1 \end{array}$$

$$\diamond \overline{a'b'cd} = \overline{ad^3} + 190 \dots (\alpha)$$

$$\dots d = (\dots d)^3 + \dots 0 \quad \diamond d = \{1; 4; 5; 6; 9\}$$

$$\text{Si: } a = 1 \wedge d = 1, \text{ en } (\alpha): \overline{1b'c1} = 11^3 + 190 = 1521 \rightarrow b=5 \wedge c=2 \checkmark$$

$$\text{Si: } a = 1 \wedge d = 4, \text{ en } (\alpha): \overline{1b'c4} = 14^3 + 190 = 2934 \times$$

$$\therefore \overline{a'b'cd} = 1521$$

Rpta.: B

Resolución 50: Sean los números:

$$\overline{ab} \text{ y } \overline{cd}$$

Del enunciado:

$$CD(\overline{ab}) = 6 \quad \diamond \overline{ab} = m^1 \times n^2 \dots (dc)$$

$$CD(\overline{cd}) = 10 \quad \diamond \overline{cd} = p^1 \times q^4 \dots (dc)$$

Se observa que solo $q=2$ y como $\overline{ab} \times \overline{cd}$ es un cuadrado perfecto entonces;
 $n=2 \wedge m=p$ siendo $m=3 \vee m=5$

$$\diamond \overline{ab} \times \overline{cd} = m \times 2^2 \times m \times 2^4 = 64m^2$$

Luego sea "x" el menor número tal que:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{64m^2 + x} & \\ r_{\max} & \end{array}$$

$$\diamond 64m^2 + x + 1 = k^2$$

como "x" es mínimo $\rightarrow m=3$

$$\diamond 64 \times 3^2 + x + 1 = k^2$$

$$577 + x = k^2 \quad \diamond x_{\min} = 48$$

$$\therefore 4 + 8 = 12$$

Rpta.: D

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 11

Resolución 51: Sean los números de la forma:

$$\overline{abcd} = k^2$$

Tal que:

$$\frac{\overline{abcd}}{4} = q^2$$

$$\overline{abcd} = 4q^2 = k^2 \rightarrow 2q = \underbrace{k}_{\text{par}}$$

Se sabe que:

$$1000 \leq \overline{abcd} < 10000$$

$$1000 \leq k^2 < 10000$$

 $\sqrt{\quad}$:

$$31, \dots \leq k < 100$$

$$\Diamond k = \{32; 34; 36; \dots; 98\}$$

$$\frac{98-30}{2} = 34 \text{ valores}$$

 $\therefore$ Existen 34 números**Rpta.: B****Resolución 52:** Sea:

de damas: D

de caballeros: C

de niños: N

siendo convenientemente $D = k^6$

De los datos:

$$* C_{\text{no bailan}} = \sqrt{k^6} = k^3$$

$$* N = \sqrt[3]{k^3} = k$$

$$* \sqrt[6]{D} + C + N = 100$$

$$\sqrt[6]{k^6} + C + k = 100 \rightarrow \text{sólo } k=2$$

Reemplazando:

$$D = 64; N = 2 \Diamond C = 34$$

C=34	D=64	
26	26	bailan
$k^3=8$	x	no bailan

Se observa que:

$$x + 26 = 64 \rightarrow x = 38$$

 $\therefore$ no bailan 38 damas**Rpta.: C**

Resolución 53: Reconstruyendo la raíz cúbica:

$$\begin{array}{r} \sqrt[3]{4054b2} \quad k = 7 _ \\ \underline{343} \\ 624b2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 7^2 \times 300 = 14700 \\ r = 2(a+1)b \end{array}$$

Se observa que:

* $\sqrt[3]{405} \cong 7$ es la primera cifra de la raíz cúbica

* $\frac{624b2}{14700} \cong 4$ es la segunda cifra de la raíz

∴ $k = 74$

Luego:

$$\begin{aligned} 4054b2 &= \underbrace{74^3}_{405402} + \underbrace{2(a+1)b}_{10b} \\ 405402 + 10b &= 405224 + 200 + 10(a+1) + b \\ \underbrace{9b}_8 &= 32 + \underbrace{10a}_4 \rightarrow a = 8 \wedge b = 4 \end{aligned}$$

∴ $a + b = 12$

Rpta.: A

Resolución 54: Sea el número:
Del enunciado:

$$\begin{array}{r} N \\ \sqrt{N} \quad k \\ \hline r = 2k - 34 \end{array}$$

∴ $N = k^2 + 2k - 34 \dots (\alpha)$

También por dato:

$$\begin{array}{r} \sqrt{N-78} \quad k-2 \\ \hline r_{\max} = 2(k-2) \end{array}$$

∴ $\sqrt{N-78} = (k-2)^2 + 2(k-2)$
 $k^2 + 2k - 34 - 78 = k^2 - 4k + 4 + 2k - 4 \rightarrow k = 28$

En (α) :

$N = 28^2 + 2 \times 28 - 34 \rightarrow N = 806$

∴ $8 + 0 + 6 = 14$

Rpta.: C

Resolución 55: Sea el número:

$$N = \overline{abcd}_{(7)}$$

De los datos:

$$\sqrt{N} \overline{)k}$$

$$r_{\max} = 2k$$

$$\sqrt[3]{N} \overline{)q}$$

$$r_{\max} =$$

$$\Diamond N+1 = (k+1)^2 \quad \Diamond N+1 = (q+1)^3$$

Se observa que $(N+1)$ es una potencia perfecta de grado 6 $\Diamond N+1 = t^6 \dots (\alpha)$

Luego, se sabe que:

$$1000_{(7)} \leq \overline{abcd}_{(7)} < 10000_{(7)}$$

$$343 \leq N < 2401$$

$$343 \leq t^6 - 1 < 2401$$

$$2, \dots \leq t < 3, \dots \rightarrow t=3$$

En (α) :

$$N+1 = 3^6$$

$$\therefore N = 728$$

Rpta.: A**Resolución 56:** Sea el número:

$$\overline{2ab2}$$

Del enunciado

$$\sqrt{2a^1b^2} \overline{)5c}$$

$$r = \overline{5c}$$

Se observa que:

$$5^2 \equiv \overline{2a} \rightarrow a \geq 5$$

luego:

$$\overline{2ab2} = \overline{5c^2} + \overline{5c}$$

$$\overline{2ab2} = \overline{5c} (\overline{5c} + 1)$$

$$2652 = 51 \times 52$$

$$2862 = 53 \times 54 \checkmark$$

$$\text{el mayor } \overline{2ab2} = 2862$$

$$\therefore 2 + 8 + 6 + 2 = 18$$

Rpta.: D**Resolución 57:** Por dato

$$\sqrt{\overline{mcd}} = \underbrace{\overline{mc} + \overline{du}}_{Z^+} \rightarrow \overline{mcd} = k^2$$

Como $u=5$:

$$\overline{mcd5} = k^2 \rightarrow d=2 \wedge \overline{mc} = n(n+1), \text{ donde } n \in \mathbb{Z}^+$$

Reemplazando:

$$\sqrt{\overline{mc25}} = \overline{mc} + 25$$

Elevando al cuadrado:

$$\overline{mc25} = (\overline{mc} + 25)^2$$

$$100 \times \overline{mc} + 25 = \overline{mc}^2 + 50 \times \overline{mc} + 625$$

$$\overline{mc} (50 - \overline{mc}) = 600$$

$$20 \times 30 \rightarrow \overline{mcdu} = 2025$$

$$30 \times 20 \rightarrow \overline{mcdu} = 3025$$

$$\therefore 2025 + 3025 = 5050$$

Rpta.: A

Resolución 58: Sean los números de la forma:

$$\overline{abc} = 11$$

Del enunciado:

$$\sqrt{\overline{abc}} \begin{matrix} k \\ r=30 \end{matrix}$$

Obs:
 $r < 2k+1$
 $30 < 2k+1$
 $14,5 < k$

$$\Rightarrow \overline{abc} = k^2 + 30$$

$$11 = k^2 + 11 - 3$$

$$11 = k^2 - 3 - 22$$

$$11 = (k-5)(k+5) \rightarrow k-5 = 11 \vee k+5 = 11$$

$$\rightarrow k = 11+5 \vee k = 11-5$$

Se sabe también que:

$$\overline{abc} < 1000$$

$$k^2 + 30 < 1000$$

$$k^2 < 970$$

$$k < 31, \dots$$

Luego:

$$14,5 < k < 31,1$$

$$k = \{16; 17; 27; 28\}$$

4 valores

$\therefore$ Existen 4 números

Rpta.: E

Resolución 59: Sean los números de la forma:

N

Por dato:

$$* CD(N) = 5 \rightarrow N = p^4 \dots (dc)$$

$$* N < 2500$$

$$p^4 < 2500$$

$$p < 7, \dots \rightarrow p = \{2; 3; 5; 7\}$$

Luego:

$$N = \{2^4; 3^4; 5^4; 7^4\}$$

Piden:

$$\sqrt[4]{2^4 \times 3^4 \times 5^4 \times 7^4} = 210$$

Rpta.: A

Resolución 60: De las proposiciones:

I.- FALSO

Sea $N = k^2$

en función del módulo 11:

$$k = \{ \overset{\circ}{1}1; \overset{\circ}{1}1 \pm 1; \overset{\circ}{1}1 \pm 2; \overset{\circ}{1}1 \pm 3; \overset{\circ}{1}1 \pm 4; \overset{\circ}{1}1 \pm 5 \}$$

$$\diamond k^2 = \{ \overset{\circ}{1}1; \overset{\circ}{1}1 \pm 1; \overset{\circ}{1}1 \pm 4; \overset{\circ}{1}1 \pm 9; \overset{\circ}{1}1 \pm 5; \overset{\circ}{1}1 \pm 3 \}$$

$$\diamond \nexists \text{ un } k^2 = \overset{\circ}{1}1 + 7$$

II.- FALSO

Sea $\overline{ab3}_7 = k^2 \rightarrow k^2 = \overset{\circ}{7} + 3$

en función del módulo 7:

$$k = \{ \overset{\circ}{7}; \overset{\circ}{7} \pm 1; \overset{\circ}{7} \pm 2; \overset{\circ}{7} \pm 3 \}$$

$$\diamond k^2 = \{ \overset{\circ}{7}; \overset{\circ}{7} \pm 1; \overset{\circ}{7} \pm 4; \overset{\circ}{7} \pm 2 \}$$

$$\diamond \nexists \text{ un } k^2 = \overset{\circ}{7} + 3$$

III.- FALSO

Se sabe que:

CD(N) es impar si y sólo si
N es un cuadrado perfecto

$$\diamond \nexists \text{ un } k^2 \text{ que tenga 24 divisores}$$

IV.- VERDADERO

Como:

$$* \overline{ab} = k^3 \rightarrow \overline{ab} = 27 \vee \overline{ab} = 64$$

$$* \overline{2bcc} = q^3$$

$$\text{Si: } b = 7 \rightarrow \overline{27cc} = 14^3$$

$$\text{Si: } b = 4 \rightarrow \overline{24cc} = k^3$$

$$a + b + c = 13$$

$$\therefore \text{ FFVV}$$

Rpta.: B**Resolución 61:** Sean los números de la forma:

$$\overline{abcd}$$

Del enunciado:

$$\sqrt[3]{\overline{abcd}} = a + b + c + d$$

Elevando al cubo:

$$\overline{abcd} = (a + b + c + d)^3$$

Aplicando el módulo 9:

$$\overset{\circ}{9} + a + b + c + d = (a + b + c + d)^3$$

Sea $a + b + c + d = S$, entonces:

$$\overset{\circ}{9} + S = S^3$$

$$\overset{\circ}{9} = S(S + 1)(S - 1)$$

Si:

$$S = \overset{\circ}{9} \rightarrow \overset{\circ}{a+b+c+d} = \overset{\circ}{9}$$

$$9 \rightarrow \overline{abcd} = 9^3 = 729 \times$$

$$18 \rightarrow \overline{abcd} = 18^3 = 5832 \checkmark$$

$$27 \rightarrow \overline{abcd} = 27^3 = 19683 \times$$

Si:

$$S+1 = \overset{\circ}{9} \rightarrow \overset{\circ}{a+b+c+d+1} = \overset{\circ}{9}$$

$$17 \rightarrow \overline{abcd} = 17^3 = 4913 \checkmark$$

Si:

$$S-1 = \overset{\circ}{9} \rightarrow \overset{\circ}{a+b+c+d-1} = \overset{\circ}{9}$$

$$10 \rightarrow \overline{abcd} = 10^3 = 1000 \times$$

$$19 \rightarrow \overline{abcd} = 19^3 = 6859 \times$$

Luego:

$$\overline{abcd} = \{5832; 4913\}$$

$\therefore$ Existen 2 números

Rpta.: B

Resolución 62:

De las afirmaciones:

I.- FALSO

Sea:

$$2 \times 3 \times 5 \times \dots \times p_k + 1 = \overset{\circ}{q}^2$$

$$\overset{\circ}{2 \times 3 \times 5 \times \dots \times p_k} = \overset{\circ}{(q-1)(q+1)}$$

$$\overset{\circ}{2} \text{ pero no } \overset{\circ}{4}$$

Se observa que:

$$\text{Si: } \underset{\text{impar}}{\overset{\circ}{(q-1)}} = \overset{\circ}{2} \rightarrow \overset{\circ}{(q+1)} = \overset{\circ}{2}$$

$$\text{luego } 2 \times 3 \times 5 \times \dots \times p_k = \overset{\circ}{4} \text{ (Absurdo)}$$

$$\text{Si: } \overset{\circ}{(q+1)} = \overset{\circ}{2} \rightarrow \overset{\circ}{(q-1)} = \overset{\circ}{2}$$

$$\text{luego } 2 \times 3 \times 5 \times \dots \times p_k = \overset{\circ}{4} \text{ (Absurdo)}$$

II.- FALSO

Un k^2 al ser llevado a cualquier base sigue siendo cuadrado perfecto

$$\text{Ejemplo: } 16 = 4^2 = (10_4)^2 = (11_3)^2 = (100_2)^2 = \dots$$

III.- VERDADERO

Se sabe que en función del módulo 4:

$$k^2 = \left\{ \overset{\circ}{4}; \overset{\circ}{4+1} \right\} \rightarrow \text{si es impar} \rightarrow k^2 = \overset{\circ}{4+1}$$

$\Rightarrow$ un número impar que no es $\overset{\circ}{4+1}$
no puede ser k^2

$\therefore$ Sólo III

Rpta.: C

Resolución 63: Se tiene:

$$S = a^{\alpha} + b^{\beta} + c^{\gamma} + \dots$$

como cada sumando representa
un día de cierto mes del año.

$$\{a^{\alpha}; b^{\beta}; c^{\gamma} \dots\} \subset \{1; 2; 3; \dots; 31\}$$

siendo #s primos: a; b; c; ...

$$\text{Para que } S \text{ sea máximo: } S = \underbrace{2^4}_{16} + \underbrace{3^3}_{27} + \underbrace{5^2}_{25} + 7 + 11 + 13 + 17 + 19 + 23 + 29 + 31$$

$$\therefore S = 218$$

Rpta.: C**Resolución 64:** Del enunciado

$$(x-2)xy \left(\frac{x}{3}\right)(x-1) = k^2$$

Se observa que $2 < x \wedge x = \overset{\circ}{3}$:

$$x = \{3, 6, 9\} \quad \diamond \quad x-1 = \{2, 5, 8\}$$

como $(x-1)$ es la última cifra

$$\text{del } k^2 \rightarrow x-1 = 5$$

Luego se tiene:

$$\overline{46y25} = k^2 \rightarrow \overline{46y} = \underbrace{n}_{21} \underbrace{(n+1)}_{22}$$

$$\therefore y = 2$$

Rpta.: B**Resolución 65:** Sea:

$$\overline{abcd} = k^2$$

Como:

$$k^2 = \overset{\circ}{7} + 2$$

$$k^2 - 2 = \overset{\circ}{7}$$

$$(k+3)(k-3) = \overset{\circ}{7} \quad \diamond \quad k+3 = \overset{\circ}{7} \vee k-3 = \overset{\circ}{7}$$

$$\diamond \quad k = \overset{\circ}{7} - 3 \vee k = \overset{\circ}{7} + 3$$

Se sabe que:

$$1000 \leq \overline{abcd} < 10000$$

$\sqrt{\quad}$:

$$1000 \leq k^2 < 10000$$

$$31, \dots \leq k < 100$$

Si:

$$k = \overset{\circ}{7} - 3 \quad \diamond \quad k = \{32; 39; 46; \dots; 95\}$$

$$\frac{95-25}{7} = 10 \text{ valores}$$

$$k = \overset{\circ}{7} + 3 \quad \diamond \quad k = \{38; 45; 52; \dots; 94\}$$

$$\frac{94-31}{7} = 9 \text{ valores}$$

$$\therefore \overline{abcd} \text{ toma } 19 \text{ valores}$$

Rpta.: B

Resolución 66: Sea: $\overline{abcd} = k^2$, donde $a+b+c+d=31$

Aplicando el módulo 9: $\overset{\circ}{9} + a + b + c + d = k^2$
 $\overset{\circ}{9} + \underbrace{\overset{\circ}{31}}_{9+4} = k^2 = k = \overset{\circ}{9} \pm 2$

También como $a+b+c+d = 31$, entonces:

$$4999 \leq \overline{abcd} \leq 9994$$

$$4999 \leq k^2 \leq 9994$$

$$\sqrt{\quad} : 70, \dots \leq k < 99$$

Si: $k = \overset{\circ}{9} + 2 \quad \diamond \quad k = \{74; 83; 92\}$

$$\diamond k^2 = \{5476; 6889; 8464\}$$

x ✓ x

Si: $k = \overset{\circ}{9} - 2 \quad \diamond \quad k = \{79; 88; 97\}$

$$\diamond k^2 = \{6241; 7744; 9409\}$$

x x x

Se observa que: $\overline{abcd} = 6889$

$$\therefore b = 8$$

Rpta.: E

Resolución 67: Hallando los términos de la fracción continua originada por:

$$\frac{2061}{900} = \frac{229}{100}$$

Por el algoritmo de Euclides:

	2	3	2	4	3
229	100	29	13	3	1
	29	13	3	1	0

$$\diamond \frac{229}{100} = [2; 3; 2; 4; 3]$$

Σ términos = 14

Del enunciado:

$$14 \times \underbrace{N}_{14p^2} = k^2 \quad \hookrightarrow \text{mayor \# de 4 cifras}$$

Luego:

$$k^2 < 10000$$

$$\underbrace{k}_{14p} < 100$$

$$14p < 100$$

$$p < 7, \dots$$

como k^2 es máximo $\rightarrow p = 7$

$$\diamond N = 14p^2 = 14 \times 7^2$$

$$\therefore N = 686$$

Rpta.: E

Resolución 68: De las proposiciones:

I.- VERDADERO

Se tiene:

$$N^2 = \overline{abcd} \quad \diamond \quad d = \{0; 1; 4; 5; 6; 9\}$$

$$k^2 = \overline{pmn25} \quad \diamond \quad n = \{0, 2, 6\}$$

Luego:

$$\begin{array}{r} \overline{n \ d} \\ 2 \ 0 \end{array}$$

$$6 \ 1$$

$$4$$

$$5$$

$$6$$

$$9$$

$\diamond$ Existen: $2 \times 6 = 12$ números de la forma $\overline{nd}$

II.- VERDADERO

Del texto:

$$\frac{\overline{ababab}_{(5)}}{\overline{1mn}_{(5)}} = k^2$$

descomponiendo por bloques:

$$\frac{\overline{ab}_{(5)} \times 5^4 + \overline{ab}_{(5)} \times 5^2 + \overline{ab}_{(5)}}{\overline{1mn}_{(5)}} = k^2$$

$$\frac{651 \times \overline{ab}_{(5)}}{\overline{1mn}_{(5)}} = k^2$$

$$\frac{3 \times 7 \times 31 \times \overline{ab}_{(5)}}{\overline{1mn}_{(5)}} = k^2$$

como $k^2 \in \mathbb{Z}^+$, se observa que:

$$31 = \overline{1mn}_{(5)}$$

$$111_{(5)} = \overline{1mn}_{(5)} \quad \diamond \quad m = 1 \wedge n = 1$$

además:

$$\overline{ab}_{(5)} = \overline{3 \times 7 \times p}^2 \quad \diamond \quad p = 1$$

$$\overline{ab}_{(5)} = \overline{41}_{(5)} \quad \diamond \quad a = 4 \wedge b = 1$$

luego:

$$a + b + m + n = 7$$

III.- VERDADERO

Del enunciado:

$$* k^2 = \overline{abcd} \dots (\alpha)$$

$$* a + c = b + d = 9$$

Se observa que:

$$* a + b + c + d = 18 = \overset{\circ}{9} \quad \diamond \quad \overline{abcd} = \overset{\circ}{9}$$

$$* (b + d) - (a + c) = 0 = \overset{\circ}{11} \quad \diamond \quad \overline{abcd} = \overset{\circ}{11}$$

Luego:

$$k^2 = \overset{\circ}{9} \rightarrow k = \overset{\circ}{3}$$

$$k^2 = \overset{\circ}{11} \rightarrow k = \overset{\circ}{11}$$

$$\text{como } k \text{ es par} \rightarrow k = \overset{\circ}{2}$$

$$\diamond k = \overline{\text{MCM}(3; 11; 2)} = \overset{\circ}{66}$$

En (α) :

$$\left[\overset{\circ}{66} \right]^2 = \overline{abcd} \rightarrow \overset{\circ}{4356} = \overline{abcd} \quad \diamond \quad \{4356; 8712\}$$

Luego:

$$\diamond d - b = 3 \vee d - b = -5$$

IV- VERDADERO

Sea $N = \overline{4aa5a}$; como la $CD(N) = 49$ es impar, entonces $N = k^2$

Luego: $\overline{4a \ a \ 5 \ a} = k^2$

5 0 * no cumple ya que $50 = 4 + 2$

5 1 * no cumple ya que $51 = 4 + 3$

5 4 * no cumple ya que $54 = 4 + 2$

5 5 * no cumple ya que $55 = 4 + 3$

5 6 ✓ cumple ya que $56 = 4$

5 9 * no cumple ya que $59 = 4 + 3$

$$\diamond a = 6$$

∴ VVVV

Rpta.: B

Resolución 69: Se tiene: $\overline{abcd4} = k^3$ $\diamond$ k tiene 2 cifras y termina en 4

$$\diamond \overline{abcd4} = \overline{n4}$$

De la información I: $k^3 = 11 \rightarrow k = \overline{11}$

$\overline{n4} = 11 \rightarrow n = 4$

Luego: $\overline{abcd4} = 44^3 = 85184$

De la información II: $(\Sigma \text{ de cifras de } k) = 8$

$$n + 4 = 6 \rightarrow n = 4$$

Luego: $\overline{abcd4} = 44^3 = 85184$

∴ I ó II es suficiente

Rpta.: D

Resolución 70: Del dato: $\overline{ab}^2 = \left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{b+1}{4}\right)0(b+2)$

Se observa que: $b+1 = 4 \Rightarrow b = \{3; 7\}$

pero: $\frac{b^2}{7^2} = \dots \frac{(b+2)}{9} \diamond b = 7$

$$\overline{a7}^2 = \left(\frac{a}{2}\right)209 \diamond a^2 \cong \left(\frac{a}{2}\right)2$$

$$\text{Sólo } a = 4 \diamond a + b = 11$$

$$\therefore 1 + 1 = 2$$

Rpta.: B

Resolución 71: Del enunciado, el día y mes son cubos perfectos

$$\diamond \text{ día} = \{1; 8; 27\}$$

$$\diamond \text{ mes} = \{1; 8\}$$

Siendo la distancia mínima entre Marte y la tierra:

$$D = (2n+1)(2n+1)(3n+1)(3n)0nn0$$

donde la suma de sus cifras es:

$$12n + 3 = \overset{\circ}{3}$$

$$12n + 3 = 27 \rightarrow n = 2$$

luego la distancia es: $D = 55760220 \text{ km}$

En millones de km: $55,76 \approx 56$

Rpta.: D

Resolución 72: Se tiene la sucesión: $1; 3; 5; 7; \dots; (2k-1)$

"k" términos

donde k es mínimo tal que:

$$\underbrace{1 + 3 + 5 + \dots + (2k-1)} = \overline{5abc5}$$

$$k^2 = \overline{5abc5} \quad \diamond \quad c = 5$$

además:

$$\overline{5ab} = \frac{n(n+1)}{2} ; n \in \mathbb{Z}^+$$

$$\begin{array}{l} \frac{22}{23} \diamond \overline{5ab} = 506 \checkmark \\ \frac{23}{24} \diamond \overline{5ab} = 524 * \end{array}$$

como k es mínimo $\rightarrow n = 22$

luego:

$$k^2 = 50625 \rightarrow k = 225$$

Rpta.: C

Resolución 73: Del enunciado:

$$* \overline{abcde} = k^3$$

$$* 3a + b = 2c + 3d + e$$

$$\diamond 7 = 2c + 3d + e - 3a - b$$

$$* \overline{a \underset{-3}{b} \underset{-1}{c} \underset{+2}{d} \underset{+3}{e}} = k^3$$

Aplicando criterio de divisibilidad por 7:

$$\overline{7 + e + 3d + 2c - b - 3a} = k^3$$

$$\overset{\circ}{7} = k^3 \rightarrow k = \overset{\circ}{7}$$

Se tiene por dato:

$$2a = 3c + 4d + 2e - 34$$

$$34 = 3c + 4d + 2e - 2a$$

pero:

$$\begin{array}{r} 7 = 2c + 3d + e - 3a - b \\ \hline 27 = c + d + e + a + b \end{array} \quad \downarrow (-)$$

Aplicando criterio de divisibilidad por 9:

$$9 + \underbrace{a + b + c + d + e}_{27} = k^3$$

$$\overset{\circ}{9} = k^3 \rightarrow k = \overset{\circ}{3}$$

Luego:

$$k = \overset{\circ}{2}1 = 21p; p \in \mathbb{Z}^+$$

$$\Rightarrow \overline{abcde} = (21p)^3$$

$$\diamond \overline{abcde} = 9261p^3$$

$\hookrightarrow$ sólo $p=2$

↳ sólo $p=2$

$$\diamond \overline{abcde} = 9261 \times 2^3 = 74088$$

∴ La mayor de sus cifras es 8

Rpta.: E

Resolución 74: Del texto:

"n" y $S_{(n)}$ son cuadrados perfectos siendo

$$S_{(n)} = 1+2+3+ \dots + n$$

sea $n = k^2$; donde $k \in \mathbb{Z}^+$

Luego:

$$S_{(k)^2} = 1 + 2 + 3 + \dots + k^2$$

$$S_{(k)^2} = \frac{k^2(k^2 + 1)}{2}$$

Como $S_{(k)}^2$ es cuadrado perfecto entonces:

$$k^2 + 1 = 2p^2; (p \in \mathbb{Z}^+)$$

$$\|k^2 - p\|^2 = p^2 - 1$$

$$(k-p)(k+p) = (p-1)(p+1)$$

se diferencian
en $2p$

se diferencian
en 2

Analizando los factores:

$$(k - p)(k + p) = (p - 1)(p + 1)$$

$$\underbrace{2} \quad \underbrace{12} \quad \underbrace{4} \quad \underbrace{6} \quad \diamond k=7 \wedge p=5$$

$$\overbrace{12} \quad \overbrace{70} \quad \overbrace{28} \quad \overbrace{30} \quad \diamond k = 41 \wedge p = 29$$

• • •

$$\text{Si } k = 7 \wedge n = 49 \wedge S_{(49)} = \frac{49 \times 50}{2} = 35^2 \left(\begin{array}{l} \text{Del} \\ \text{ejemplo} \end{array} \right)$$

$$Si\ k = 41\ \&\ n = 1681 \wedge S_{(1681)} = \frac{1681 \times 1682}{2} = 1189^2$$

El siguiente número fantástico después de 49 es 1681.

$$\therefore 1 + 6 + 8 + 1 = 16$$

Rpta.: A

60

III.- FALSO

Se sabe que al extraer la raíz cúbica de un número:

$$r_{\max} = \sqrt[3]{k(k+1)} \quad \diamond \quad r_{\max} = 2$$

Del dato:

$$r_{\max} = \sqrt[3]{2c+1} \neq 2$$

$\therefore$ VVF

Rpta.: C

Resolución 77: Reconstruyendo la radicación:

$$\begin{array}{r} \sqrt{\begin{array}{r} \text{---} 8 \\ 16 \downarrow \downarrow \\ 6 \text{---} \\ 609 \downarrow \\ \text{---} 8 \\ 941 \\ 27 \end{array}} \quad \begin{array}{r} 47 \textcircled{1} \\ 87 \times 7 \\ 94 \textcircled{1} \times \textcircled{1} \end{array} \end{array}$$

Se observa que: $\square^2 = \text{---} \diamond \square = \{4; 5; 6; \dots; 9\}$
solo $\square = 4$

Si $\square = 5$, se tendría en la fila abajo de la raíz:

$$107 \times 7 \neq 6 \text{---}$$

luego: $94 \circ \times \circ = \text{---} 1 \diamond \circ = 1$

$\diamond$ la raíz es 471

$$\therefore 4 + 7 + 1 = 12$$

Rpta.: C

Resolución 78: Del enunciado:

$$\sqrt{\overline{abbc}_{(4)}} \quad \overline{bb}_{(4)}$$

$$\diamond \overline{abbc}_{(4)} = \left[\overline{bb}_{(4)} \right]^2 + \overline{ac}_{(4)} \dots (\alpha)$$

Se observa que: $\overline{bb}_{(4)} \times \overline{bb}_{(4)} = \dots 0_{(4)} \diamond \frac{b}{2} \times \frac{b}{2} = 4, (0 < b < 4)$

En (α) :

$$\overline{a22c}_{(4)} = \left[\overline{22}_{(4)} \right]^2 + \overline{ac}_{(4)}$$

$$\overline{a22c}_{(4)} = 12(a+1)c_{(4)} \diamond a = 1$$

Luego como se pide el mayor
producto de a y c $\hat{c} = 3$; ($c < 4$)

$$\therefore a \times c = 3$$

Rpta.: B

Resolución 79: Se tiene la sucesión:

14; 17; 20; 23; ...; 2012
como se pide los términos que al extraerle
su raíz cúbica se obtiene resto máximo,
entonces al sumarle una unidad se
convierten en cubos perfectos

luego:

15; 18; 21; 24; ...; 2013

Se observa que el término general es de la forma:

$$t_n = 3n; \text{ donde } 5 \leq n \leq 671$$

$$k^3 = 3n \hat{c} n = 3^2 p^3$$

$$\hat{c} 5 \leq 9p^3 \leq 671$$

$$0, \dots \leq p^3 \leq 74, \dots$$

$$0, \dots \leq p \leq 4, \dots$$

$$\hat{c} p = \{1; 2; 3; 4\}$$

4 valores

$\therefore$ Existen 4 términos

Rpta.: B

Resolución 80:

$$\frac{1}{49} = 0, \overbrace{x \dots z}^{\text{a cifras}}$$

como 7 origina 6 cifras periódicas

entonces 7^2 origina $6 \times 7^{2-1} = 42$ cifras
periódicas $\hat{c} a = 42$

Del enunciado:

$$\sqrt{N} \mid k$$

$$r = k + 37$$

$$\hat{c} N = k^2 + k + 37 \dots (\alpha)$$

También:

$$r + \underline{a} = r_{\text{máx}}$$

$$k + 37 + 42 = 2k \hat{c} k = 79$$

En (α) :

$$N = 79^2 + 79 + 37 = 6357$$

$\therefore$ La suma de cifras de N es 21

Rpta.: D

Resolución 81:

Sea el número:

N

Del texto:

$$\begin{array}{r} \sqrt{N} \quad k \\ \hline r = \sqrt{2k} \end{array} \quad \diamond \quad N = k^2 + \sqrt{2k} \dots (\alpha)$$

Se tiene también que si a: $\sqrt{N} + 307 = (k+1)^2$

$$k^2 + \sqrt{2k} + 307 = k^2 + 2k + 1$$

$$306 = 2k - \sqrt{2k}$$

$$306 = \sqrt{2k}^2 - \sqrt{2k}$$

$$306 = \frac{\sqrt{2k}}{18} (\frac{\sqrt{2k}}{17} - 1)$$

Se observa que:

$$2k = 18^2 \quad \diamond \quad k = 162$$

En (α):

$$N = 162^2 + 18 = 26262$$

$\therefore$ La suma de cifras de N es 18

Rpta.: C

Resolución 82:

Se tiene:

$$\begin{array}{r} \sqrt{N} \quad k \\ \hline r = \sqrt{a4} \end{array} \quad \diamond \quad N = k^2 + \sqrt{a4} \dots (\alpha)$$

Se sabe que:

$$r + re = 2k + 1$$

$$\diamond \sqrt{a4} + 4a = 2k + 1$$

$$\frac{11a}{9} + 43 = \frac{2k}{71} \quad \left(\begin{array}{l} \text{como N es máximo} \\ \text{entonces a y k son} \\ \text{máximos} \end{array} \right)$$

En (α):

$$N = 71^2 + 94 = 5135$$

$\therefore$ La suma de cifras de N es 14

Rpta.: C

Resolución 83:

Del texto:

$$\begin{array}{r} \sqrt[3]{9abc1} \quad k \\ \hline 5 \end{array}$$

$$\diamond \sqrt[3]{9abc1} = k^3 + 5$$

$$\sqrt[3]{9abc1} - 5 = k^3$$

$$\sqrt[3]{9a|b(c-1)6} = k^3 = \overline{m|n}^3 \dots (\alpha)$$

Luego:

$$\overline{m}^3 \cong \overline{9a} \quad \diamond \quad m = 4$$

$$\overline{n}^3 \cong \dots 6$$

En (α): $\overline{9ab(c-1)6} = 46^3 = 97336$
 $\diamond a = 7; b = 3; c = 4$
 $\therefore a + b + c = 14$

Rpta.: C**Resolución 84:** Reconstruyendo la raíz cúbica:

$\sqrt[3]{926bcde}$	$k = \underline{2} \overline{1} n$
$\begin{array}{r} 8 \\ \hline 126b \\ 1261 \\ \hline (b-1)cde \\ \hline 358 \end{array}$	$12 \div 3 \times 2^2 = \underline{1}$
	$3 \times 2^2 \times 1 \times 100 = 1200$
	$3 \times 2 \times 1^2 \times 10 = 60$
	$\underline{1}^3 = \underline{1}$
	$\underline{1261}$

$$\diamond \overline{926bcde} = \overline{21n}^3 + 358$$

$\downarrow n=0$

$$\overline{926bcde} = 9261358$$

$$\diamond b = 1; c = 3; d = 5; e = 8$$

$$\therefore b + c + d + e = 17$$

Rpta.: D**Resolución 85:** Sean los números de la forma: N

Del enunciado:

$$\sqrt[3]{N} = \overline{3ab} \quad k$$

$$r_{\max} = \overline{3ab}$$

$$\diamond N = k^3 + \overline{3ab}$$

Se sabe que:

$$r_{\max} = 3k(k+1)$$

$$\overline{3ab} = 3k(k+1)$$

También:

$$300 \leq \overline{3ab} \leq 399$$

$$300 \leq 3k(k+1) \leq 399$$

$$100 \leq \overline{k(k+1)} \leq 133$$

$\begin{array}{cc} \overline{10} & \overline{11} \\ 11 & 12 \end{array}$

$$\diamond k \text{ toma 2 valores}$$

$$\therefore \text{Existen 2 números}$$

Rpta.: B

Resolución 86:

Del enunciado:

$$\overline{xy76}^2 = \overline{107xy1(2x+1)z}$$

Se observa que:

$$x^2 \approx 10 \quad \diamond \quad x = 3$$

$$6^2 = \dots z \quad \diamond \quad z = 6$$

Reemplazando:

$$\overline{3y76}^2 = \overline{1073y176}$$

Al extraer la raíz cuadrada:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{1073y176} & \overline{3y76} \\ 9 & 6(2) \times (2) \quad \diamond y = 2 \\ \hline 173 & : \\ 124 & : \\ \dots & : \end{array}$$

Se tiene también la secuencia:

$$\overline{xz \times (y-1)(z-1)}; \overline{xz \times (y-1)z}; \overline{xz \times (y-1)(z+1)}; \dots$$

$\dots; \overline{xz \times 1800}$

Reemplazando los valores de x; y; z:

$$36 \times 15; 36 \times 16; 36 \times 17; \dots; 36 \times 1800$$

Se observa que:

$$t_n = 36 \times n; \text{ siendo } 15 \leq n \leq 1800$$

como se quiere los términos cubos perfectos:

$$k^3 = \overline{36 \times n} \quad \diamond \quad n = 2 \times 3p^3$$

$$2^2 \times 3^2$$

Luego:

$$15 \leq 6p^3 \leq 180$$

$$2, \dots \leq p^3 \leq 30$$

$$1, \dots \leq p \leq 3, \dots$$

$$\diamond p = \{2; 3\}$$

2 valores

$\therefore$ Existen 2 términos cubos perfectos en la secuencia

Rpta.: A

Resolución 87:

Sea:

$$N = \overline{abcd}; \quad (N \text{ es mínimo})$$

Del texto:

por exceso:

$$\sqrt[3]{N} \left| \begin{array}{l} k \\ r_e \end{array} \right. \quad \diamond \quad N = k^3 - r_e \dots (\alpha)$$

También:

$$\sqrt[3]{k^3 - 1} \left| \begin{array}{l} q \\ r_{\text{máx}} \end{array} \right. \quad \diamond \quad k^3 = (q+1)^3$$

$$\diamond k = q+1$$

$$\diamond k-1 = q$$

por dato:

$$r_e = \overline{r_{\text{máx}}}$$

$$r_e = 3(k-1)k$$

En (α):

$$N = k^3 - 3(k-1)k$$

$$N - 1 = k^3 - 3(k-1)k - 1$$

$$\underbrace{\overline{abcd}}_{\text{mínimo}} - 1 = \underbrace{(k-1)^3}_{10} \quad \diamond \quad k=11 \wedge \overline{abcd} = 1001$$

$$\therefore a + b + c + d = 2$$

Rpta.: B**Resolución 88:** Del enunciado se tiene:

$$N = \underbrace{444 \dots 44}_{\text{"x" cifras}} \underbrace{888 \dots 889}_{\text{"x" cifras}}$$

$$\diamond N = \underbrace{444 \dots 44}_{\text{"x" cifras}} \times 10^x + \underbrace{888 \dots 88}_{\text{"x" cifras}} + 1$$

$$N = \underbrace{444 \dots 44}_{\text{"x" cifras}} \times [10^x + 2] + 1$$

$$N = \frac{9}{9} \times \underbrace{444 \dots 44}_{\text{"x" cifras}} \times [10^x + 2] + 1$$

$$N = \frac{4}{9} \times \underbrace{999 \dots 99}_{\text{"x" cifras}} \times [10^x + 2] + 1$$

$$N = \frac{4}{9} \times [10^x - 1] [10^x + 2] + 1$$

$$N = \frac{4 \times 10^{2x} + 4 \times 10^x - 8 + 9}{9}$$

$$N = \frac{(2 \times 10^x + 1)^2}{9}$$

$$\diamond \sqrt{N} = \frac{2 \times 10^x + 1}{3} = \frac{\overbrace{2000 \dots 001}^{\text{"x" cifras}}}{3}$$

$$\sqrt{N} = \underbrace{666 \dots 667}_{\text{"x" cifras}}$$

Del dato:

$$\underbrace{6 + 6 + 6 + \dots + 6 + 6 + \overbrace{7}^{6+1}}_{\text{x sumandos}} = 91$$

$$6x + 1 = 91 \quad \diamond \quad x = 15$$

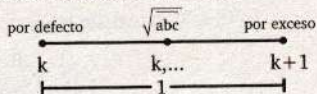
$$\therefore N \text{ tiene } 2x = 30 \text{ cifras}$$

Rpta.: C

Resolución 89:

Sean los números de la forma $\overline{abc}$

Al extraerle su raíz cuadrada en menos de 1 unidad:



Luego:

$$\sqrt{\overline{abc}} \begin{array}{l} k \\ r=k \end{array}$$

$$\diamond \overline{abc} = k^2 + k$$

pero:

$$100 \leq \overline{abc} < 1000$$

$$100 \leq k(k+1) < 1000$$

$$\begin{array}{cc} 10 & 11 \\ 11 & 12 \\ 12 & 13 \\ \vdots & \vdots \\ 31 & 32 \end{array}$$

$$\diamond k = \{10; 11; 12; \dots; 31\}$$

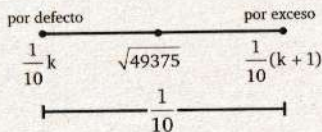
$$31 - 9 = 22 \text{ valores}$$

$\therefore$ Existen 22 números de 3 cifras de la forma $\overline{abc}$

Rpta.: B

Resolución 90:

En el esquema:



$$\diamond \frac{1}{10} k < \sqrt{49375} < \frac{1}{10} (k+1)$$

Elevando al cuadrado:

$$\frac{k^2}{100} < 49375 < \frac{(k+1)^2}{100}$$

Multiplicando por 100: $k^2 < 4937500 < (k+1)^2$

Extrayendo la raíz cuadrada:

$$k < 2222, \dots < k+1$$

$$\diamond k = 2222$$

Se pide:

$$\frac{1}{10} k = \frac{1}{10} (2222) = 222,2$$

Rpta.: D

Resolución 91: Se quiere $\sqrt[3]{44300}$ por defecto con $0,05 = \frac{1}{20}$ de aproximación.

Aplicando la regla práctica:

$$R = \frac{20}{20} \times \sqrt[3]{44300}$$

$$R = \frac{1}{20} \times \sqrt[3]{44300 \times 20^3}$$

$$R = \frac{1}{20} \times \sqrt[3]{354400000}$$

$\underbrace{707, \dots}_{\text{parte entera}}$

$$R = \frac{1}{20} \times 707$$

$$\therefore R = 35,35$$

Rpta.: D

Resolución 92: Aplicando la relación entre la raíz aproximada y la cota de error:

$$|\sqrt{N} - A| < \varepsilon$$

donde:

$$\sqrt{N} : \text{valor exacto} \Rightarrow N = 26$$

A: valor aproximado

$$\varepsilon : \text{cota del error} \quad \diamond \quad \varepsilon = \frac{4}{25} = 0,16$$

$$|\sqrt{26} - A| < 0,16$$

$$\diamond \quad \underbrace{\sqrt{26} - 0,16} < A < \underbrace{\sqrt{26} + 0,16}$$

$$4,93... < A < 5,25...$$

$$A = \{5,10 ; 5,12\}$$

2 #s

$\therefore$ Existen 2 números

Rpta.: B

Resolución 93: Aplicando la relación entre la raíz aproximada y la cota de error

$$|\sqrt[3]{N} - A| < \varepsilon$$

$$\diamond \quad |\sqrt[3]{N} - 7| < \frac{1}{2}$$

$$\diamond \quad 6,5 < \sqrt[3]{N} < 7,5$$

$$274,6... < N < 421,8...$$

$$\phi N = \{275; 276; 277; \dots; 421\}$$

$$421 - 274 = 147 \text{ valores}$$

$\therefore N$ toma 147 valores

Rpta.: C

Resolución 94:

Del enunciado:

$$\frac{a}{b} = \left(\frac{4}{7}\right)^k \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{4}{7} k, \text{ donde } k \in \mathbb{Z}^+$$

como $\frac{a}{b}$ aproxima a $\sqrt[3]{100}$ con un error menor que $\frac{4}{7}$:

$$\phi \left| \sqrt[3]{100} - \frac{4}{7} k \right| < \frac{4}{7}$$

$$\frac{4}{7}(k+1) < \sqrt[3]{100} < \frac{4}{7}(k+1)$$

multiplicando por $\frac{7}{4}$: $(k-1) < \frac{7}{4} \times \sqrt[3]{100} < (K+1)$

$$k-1 < 8,12 \dots < k+1$$

$$\phi 7,12 \dots < k < 9,12 \dots \dots (\alpha)$$

También por dato:

$$\frac{a}{b} > \sqrt[3]{100}$$

$$\frac{4}{7} \times k > \sqrt[3]{100}$$

$$k > 8,12 \dots (\beta)$$

De (α) y (β) :

$$k = 9$$

Luego:

$$\frac{a}{b} = \frac{4}{7} \times 9 \quad \phi \quad a = 36 \wedge b = 7$$

$$\therefore a + b = 43$$

Rpta.: E

Resolución 95:

Sean las fracciones propias de la forma:

$$\frac{a}{b}; \text{ tal que } a + b = 48$$

Como 0,7 aproxima a $\sqrt{\frac{a}{b}}$ en menos de 0,1:

$$\phi \left| \sqrt{\frac{a}{b}} - 0,7 \right| < 0,1$$

$$0,6 < \sqrt{\frac{a}{b}} < 0,8$$

$$0,36 < \frac{a}{b} < 0,64$$

$$\frac{9}{25} < \frac{a}{b} < \frac{16}{25}$$

Aplicando proporciones: $\frac{9}{9+25} < \frac{a}{a+b} < \frac{16}{16+25}$

$$\frac{9}{34} < \frac{a}{48} < \frac{16}{41}$$

$$12,7 < a < 18,7$$

$$\diamond a = \{13; 14; 15; 16; 17; 18\}$$

6 valores

$\therefore$ Existen 6 fracciones propias

Rpta.: D

Resolución 96: Sea:

$$N = \frac{2n+1}{2n+3}$$

Al extraerle la raíz aproximada en menos de $\frac{1}{2n+3}$ por defecto:

$$\diamond \sqrt{N} = \frac{2n+3}{2n+3} \times \sqrt{\frac{2n+1}{2n+3}}$$

$$\sqrt{N} = \frac{1}{2n+3} \times \sqrt{\frac{2n+1}{2n+3} \times (2n+3)^2}$$

$$\sqrt{N} = \frac{1}{2n+3} \times \sqrt{4n^2 + 8n + 3} \dots (\alpha)$$

$$\sqrt{N} = \frac{1}{2n+3} \times \sqrt{(2n+1)^2 + 4n+2}$$

parte entera: $2n+1$

$$\diamond R_1 = \frac{2n+1}{2n+3}$$

Al extraerle su raíz por exceso en (α) :

$$\sqrt{N} = \frac{1}{2n+3} \times \sqrt{4n^2 + 8n + 3}$$

$$\sqrt{N} = \frac{1}{2n+3} \times \sqrt{(2n+2)^2 - 1}$$

$$\diamond R_2 = \frac{2n+2}{2n+3}$$

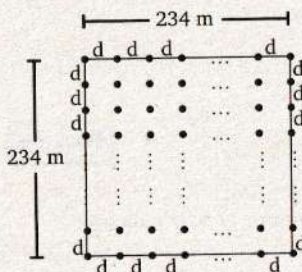
Luego:

$$R_1 + R_2 = \frac{2n+1}{2n+3} + \frac{2n+2}{2n+3}$$

$$\therefore R_1 + R_2 = \frac{4n+3}{2n+3}$$

Rpta.: C

Resolución 97: En el esquema:



Si $d = 1,2$ m, el # de árboles plantados sería:

$$\left(\frac{234}{1,2} + 1\right)^2 = 196^2 = 38416$$

pero como le faltarían 3000 árboles, entonces el jardinero tiene:

$$38416 - 3000 = 35416 \text{ árboles}$$

Si $d = x$ m, le sobrarían 2655 árboles, entonces el # de árboles plantados sería:

$$35416 - 2655 = 32761 \text{ árboles}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{234}{x} + 1\right)^2 = 32761$$

$$\left(\frac{234}{x} + 1\right)^2 = 181^2 \quad \diamond \quad x = 1,3$$

$\therefore$ La distancia entre árboles sería 1,30 m

Rpta.: A

Resolución 98:

Se tiene la sucesión: $\frac{7}{8}, \frac{14}{8}, \frac{21}{8}, \dots$

Como x_n y x_{n+1} son términos consecutivos de la sucesión:

$$\diamond \quad x_n = \frac{7k}{8} \wedge x_{n+1} = \frac{7(k+1)}{8}; \quad k \in \mathbb{Z}^+$$

Luego del enunciado:

$$x_n < \sqrt{\frac{3,17}{0,065}} < x_{n+1}$$

$$\frac{7k}{8} < \sqrt{\frac{31400}{649}} < \frac{7(k+1)}{8}$$

$$\frac{49k^2}{64} < \frac{31400}{649} < \frac{49(k+1)^2}{64}$$

$$k^2 < 63,1 \dots < (k+1)^2$$

$$\diamond k = 7$$

Luego:

$$x_n = \frac{7(7)}{8} = \frac{49}{8}$$

Piden:

$$4 + 9 = 13$$

Rpta.: B**Resolución 99:**

Reconstruyendo la radicación:

$$\begin{array}{r} \sqrt[3]{\text{a b c d e f}} \quad \overline{mn} \\ \underline{(a-1)a \cdot} \\ 93 \dots \end{array}$$

Se observa que:

$$\frac{m^3}{7^3} = \frac{(a-1)a \cdot}{343}$$

$$\frac{5^3}{125} = \frac{125}{125}$$

Si:

$$m = 5 \wedge a = 4$$

$$\begin{array}{r} \sqrt[3]{\text{4 b c d e f}} \quad \overline{7n} \\ \underline{343} \\ 93 \text{ d e f} \\ \underline{78875} \\ 14300 \end{array} \quad \begin{array}{l} \overline{7n} \\ \underline{93d + 3 \times 7^2} \cong 5 \rightarrow n \\ 3 \times 7^2 \times 5 \times 100 = 73500 \\ 3 \times 7 \times 5^2 \times 10 = 5250 + \\ 5^3 = 125 \\ \hline 78875 \end{array}$$

Se obtiene que:

$$\begin{aligned} b &= 3; c = 6; d = 1; e = 7; f = 5 \\ \therefore a + b + c + d + e + f &= 26 \end{aligned}$$

Rpta.: C

Resolución 100: Sean los cuadrados perfectos de la forma p^2 , donde $p \in \mathbb{Z}^+$.
Como tienen "k" cifras se cumple que:

$$10^{k-1} \leq p^2 < 10^k$$

si k es par $\Leftrightarrow k = 2n$; $n \in \mathbb{Z}^+$

Reemplazando: $10^{2n-1} \leq p^2 < 10^{2n}$

extrayendo la raíz cuadrada:

$$\sqrt[2]{10^{2n-1}} \leq p < 10^n$$

$$\Leftrightarrow p = \{x+1; x+2; x+3; \dots; 10^n-1\}$$

$$(\text{valores de } p) = 10^n - 1 - x$$

$$683 = 10^n - 1 - x$$

$$683 = 10^n - x$$

$$\Leftrightarrow \text{sólo: } n = 3 \wedge x = 317$$

$$\text{como: } k = 2n \rightarrow k = 6$$

luego, sean los cubos perfectos de k=6 cifras de la forma: t^3

$$\Leftrightarrow 10^5 \leq t^3 < 10^6$$

$\sqrt[3]{}$:

$$46, \dots \leq t < 100$$

$$\Leftrightarrow t = \{47; 48; 49; \dots; 99\}$$

$$99 - 46 = 53 \text{ valores}$$

$\therefore$ Existen 53 cubos perfectos de 6 cifras

Rpta.: C

PROBLEMAS PROPUESTOS

- ¿Cuál es el menor número entero por el que se debe multiplicar a 64 350 para que el producto sea un cuadrado perfecto?
A) 143 B) 143 C) 28 600
D) 56 E) 286
- ¿Cuál es el menor número entero por el que se debe multiplicar a 648 para que su producto sea cuadrado y cubo perfecto a la vez?
A) 36 B) 72 C) 144
D) 56 E) 112
- Entre 2 cuadrados perfectos consecutivos hay 26 números enteros. Determinar el primero de los números comprendidos entre tales cuadrados perfectos.
A) 171 B) 170 C) 168
D) 172 E) 195
- Un cuadrado está formado por 784 soldados, ¿cuántos soldados deben salir de la formación para que queden dos hombres menos por cada lado del cuadrado?
A) 54 B) 108 C) 63
D) 109 E) 107
- ¿Cuántos cubos perfectos hay entre 27 y 8 000?
A) 16 B) 15 C) 14
D) 17 E) 18
- Calcule "a", si $\overline{aa9aa}$ es un cuadrado perfecto.
A) 1 B) 4 C) 6
D) 5 E) 9
- Si: $(m+2)5^2 = \overline{abm5}$, calcular la suma de a y b.
A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5
- Se sabe que $\overline{abc0}$ es un cuadrado perfecto. Calcular el valor de "a", sabiendo que a, b y c suman 10.
A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 6
- ¿Cuántos números cuadrados perfectos de tres cifras terminan en la cifra 6?
A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6
- Dada la sucesión: 4; 6; 8; ¿cuántos cuadrados perfectos hay en los cien primeros términos?
A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9
- Al extraer la raíz cuadrada a: $\overline{70ab}$, se obtiene 14 de resto. Calcular: a + b
A) 6 B) 7 C) 10
D) 13 E) 15

12. Al extraer la raíz cuadrada a:

$\overline{abb(b-1)}$ se obtiene 37 como raíz y un resto máximo. Calcular $a+b$

A) 5 B) 7 C) 8
D) 9 E) 12

13. Al extraer la raíz cúbica a un número, se obtiene como residuo por defecto un número igual a 6 veces la raíz y como residuo por exceso 721. Hallar la suma de las cifras del número.

A) 15 B) 16 C) 17
D) 18 E) 19

14. Halle la suma de cifras del radicando de una raíz cuadrada si la suma de los residuos (defecto y exceso) de su raíz cuadrada es 83; además, se sabe que el residuo por defecto excede en 29 unidades al residuo por exceso.

A) 16 B) 17 C) 18
D) 19 E) 20

15. Al encontrar la raíz cúbica de un número se obtuvo como residuo el máximo posible: 2610. ¿Cuál es el radicando? Dar su mayor cifra.

A) 8 B) 6 C) 9
D) 5 E) 7

16. Al extraer la raíz cuadrada a: $\overline{75ab3}$ se obtuvo como resto 8. Calcular $a \cdot b$

A) 15 B) 18 C) 20
D) 24 E) 32

17. La suma de un número, su raíz cuadrada y su resto es 368. Hallar dicho resto, si a este le falta 3 unidades para ser máximo.

A) 27 B) 29 C) 31
D) 33 E) 35

18. ¿Cuántos números de tres cifras existen tales que su raíz cuadrada por exceso sea igual a su resto por defecto?

A) 22 B) 23 C) 24
D) 25 E) 26

19. Al extraer la raíz cuadrada de "N" obtuvimos 80 de residuo, y al extraer la raíz cuadrada de "4N" se obtiene 39 de residuo. ¿Cuál es la suma de cifras de "N"?

A) 16 B) 15 C) 18
D) 19 E) 21

20. ¿Cuántos números naturales tienen una raíz cuadrada entera igual a 69?

A) 70 B) 138 C) 139
D) 140 E) 88

21. Calcular el menor número divisible por 12 tal que se agrega sus $\frac{4}{7}$ se convierte en cuadrado perfecto.

A) 84 B) 3600 C) 480
D) 2772 E) 252

22. Hallar
- $a + b + c$
- , si:

$$\overline{abcabc}_{(5)} = k^2$$

- A) 6 B) 4 C) 5
D) 3 E) 2

23. Dada la sucesión: 4; 6; 8; 10; ...
-
- ¿Cuántos cuadrados perfectos hay en los cien primeros términos?

- A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

24. Determinar la suma de cifras de
- k
- , si:

$$\overline{ab1} = k^2 \text{ y además } a + b = 12$$

- A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

25. Determinar
- $a + n + a$
- , si
- $\overline{an}^2 - \overline{na}^2 = k^2$

- A) 15 B) 16 C) 17
D) 18 E) 19

26. Calcular
- $a + b + c$
- , sabiendo que el numeral
- $\overline{3a6bc0}$
- es divisible entre 3 y 7. Además se sabe que es un cuadrado perfecto.

- A) 15 B) 16 C) 17
D) 18 E) 19

27. Si:

$$(\overline{dba})^3 = \overline{mnpd(c+3)(c-2)q0}$$

Calcular: $a + b + d$

- A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

28. Si:
- $\overline{mn(4-n)m5}$
- es un cuadrado perfecto. Calcule su cantidad de divisores propios.

- A) 6 B) 8 C) 9
D) 10 E) 12

29. Si el numeral de la forma:

$$\overline{a(a+1)(a+2)(3a)(a+3)}$$

es un cuadrado perfecto; cuya raíz es de la forma $\overline{bcd}$. Calcular el residuo que se obtiene al extraer la raíz cuadrada de $\overline{bcd(a+2)}$

- A) 15 B) 14 C) 13
D) 16 E) 17

30. Si:

$$\overline{4aa5a} = k^3$$

Hallar: $a^2 + k$; ("a" es par)

- A) 69 B) 70 C) 72
D) 104 E) 81

31. Si:

$$\overline{8abcd5} = k^3$$

Calcular: $a + b + c + d$

- A) 9 B) 13 C) 16
D) 18 E) 22

32. Calcular
- $a + b$
- , si
- $\overline{16abab} = k^2$
- . Además se sabe que
- a
- y
- b
- son diferentes entre sí.

- A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

33. Si:

$$(2a)6a(2a) = k^2$$

Hallar la suma de cifras de "k"

- A) 12 B) 18 C) 15
D) 14 E) 16

34. Un número par de seis cifras, de la forma FERMAT es un cubo perfecto y que $F + R + A = E + M + T = 18$. Hallar $F + M$.

- A) 5 B) 6 C) 9
D) 10 E) 16

35. ¿Cuántos números enteros positivos n existen tales que, el resultado de la suma $S = 1! + 2! + 3! + \dots + (n-1)! + n!$, sea un cuadrado perfecto?

- A) 0 B) 1 C) 2
D) más de 3 E) 3

36. Calcular $a - b$, si:

$$(a+1)ab(b-2) = k^3$$

- A) 8 B) 9 C) -8
D) -9 E) 7

37. En base 7, ¿cuántos cuadrados perfectos de 3 cifras hay que terminan en la cifra 4?

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 5

38. Si se cumple que $\overline{1bcde} = \overline{de}^3$ y $bde = \overline{36}$, entonces el resto que se obtiene al extraer la raíz cuadrada de $\overline{cde}$ es:

- A) 22 B) 30 C) 32
D) 40 E) 44

39. Hallar un número de 4 cifras significativas $\overline{abcd}$ tales que a ; b ; c ; d sean diferentes y que a ; b ; $\overline{ad}$; $\overline{cd}$ y $\overline{abcd}$ sean cuadrados perfectos. Dar como respuesta $a + b + c + d$.

- A) 18 B) 19 C) 20
D) 21 E) 22

40. ¿Cuántos cuadrados perfectos de 3 cifras existen en los cuales la suma de sus cifras extremas es igual a la cifra central?

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

41. Calcular el residuo que resulta de extraer la raíz cuadrada de:

$$N = \sqrt{1} + \sqrt{4} + \sqrt{16} + \dots + \sqrt{4096}$$

- A) 16 B) 6 C) 5
D) 2 E) 1

42. ¿Cuántos números de tres cifras existen tales que su raíz cuadrada por exceso sea igual a su resto por defecto?

- A) 22 B) 23 C) 24
D) 25 E) 26

43. Al encontrar la raíz cúbica de un número se obtuvo como residuo el máximo posible: 2610. ¿Cuál es el radicando?. Dar la suma de sus cifras.

A) 30 B) 35 C) 36
D) 18 E) 20

44. La suma de un número, su raíz cuadrada y su resto es 368. Hallar dicho resto, si a éste le falta 3 unidades para ser máximo

A) 27 B) 29 C) 31
D) 33 E) 35

45. Al extraer la raíz cúbica de $\overline{abc}$ se obtuvo k y 37 de residuo. Al extraer la raíz cúbica de $\overline{cba}$ se obtuvo $(k+1)$ de raíz y 45 de residuo. Hallar $a + b + c$

A) 3 B) 5 C) 9
D) 11 E) 15

46. Si a un entero se le suma 167; su raíz aumenta en 4 unidades y el resto se hace máximo. Hallar el número inicial si el resto primitivo fue 17. Dar como respuesta la suma de sus cifras.

A) 12 B) 15 C) 18
D) 9 E) 16

47. Al extraer la raíz cúbica a un número natural se obtuvo como residuo máximo al número $\overline{(a+2)(a+1)(2a)}$. Hallar la suma de las cifras de dicho número natural.

A) 15 B) 16 C) 17
D) 18 E) 19

48. Calcular la suma de las cifras que deben ir en cada punto indicado después de 777

$$\begin{array}{r} \sqrt{777***} \quad *** \\ \underline{**} \\ *** \\ \underline{***} \\ **** \\ \underline{****} \\ 0000 \end{array}$$

A) 13 B) 14 C) 16
D) 15 E) 20

49. Si a un entero se le adiciona 1261, su raíz cúbica aumenta en una unidad, manteniendo el residuo. La raíz cúbica del número es:

A) 20 B) 21 C) 40
D) 41 E) 81

50. En una raíz cuadrada inexacta donde el residuo es máximo se cumple que la suma del radicando, la raíz y el residuo es 1116. Hallar cuántas unidades como mínimo se le debe agregar al radicando para obtener un cuadrado perfecto que termine en 6.

A) 123 B) 133 C) 135
D) 141 E) 143

51. Hallar el mayor número de la forma $\overline{abcabc}$ que al ser dividido por un número primo se obtiene un cuadrado perfecto. Dar como respuesta $a + b + c$.

A) 16 B) 17 C) 18
D) 20 E) 21

52. Si:

$$\sqrt{USM} + \sqrt[3]{USM} = 2(U + S + M)$$

Hallar "U".

- A) 2 B) 3 C) 5
D) 7 E) 9

53. Cuántos números enteros menores que 27000 dejan un residuo máximo cuando se extrae su raíz cúbica

- A) 27 B) 28 C) 29
D) 30 E) 31

54. Al calcular la raíz cuadrada de un número se obtiene como residuo la raíz cuadrada del residuo máximo, si le agregamos a dicho número 307 unidades obtenemos un cuadrado perfecto. Hallar la suma de las cifras de dicho número.

- A) 18 B) 24 C) 12
D) 16 E) 20

55. ¿Cuántos números de 13 cifras en la base 2 tienen raíz cuadrada y raíz cúbica entera exacta?

- A) 2 B) 7 C) 1
D) 3 E) 0

56. Al extraer la raíz cuadrada de $\overline{23ab5}$ se obtiene residuo máximo. Hallar la suma de sus cifras desconocidas más la suma de cifras del resto desconocido.

- A) 17 B) 15 C) 18
D) 20 E) 23

57. Si:

$\sqrt[3]{(a+3)9a(a+2)}$ es exacta. Hallar :
el CA $(2aa)$

- A) 789 B) 778 C) 767
D) 756 E) 800

58. Determinar un número de cuatro cifras que posea las tres propiedades siguientes:

- 1°. Es múltiplo de 13
2°. En la extracción de la raíz cuadrada, el resto menos la raíz vale 32.
3°. El resto de su división por 29 es 10

- A) 1924 B) 1950 C) 2340
D) 4615 E) 5288

59. El residuo por defecto de la raíz cúbica de N es 370. El residuo por exceso de la raíz cúbica de N - 50 es 77.

¿Cuál es el valor de la raíz por defecto?. Dar la suma de sus cifras.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

60. El número $\overline{1bcd}$ tiene 3 divisores y al escribir en la base a1 termina en cero. hallar $a + b + c + d$

- A) 17 B) 18 C) 21
D) 19 E) 20

61. Indicar el valor de verdad de las siguientes proposiciones

- I. Todo número impar que sea cuadrado perfecto es de la forma

$\overset{\circ}{8} + 1$, lo contrario no siempre es cierto.

II. $\underbrace{99\dots99800\dots001}_{(n-1)\text{cifras}(n-1)\text{cifras}}$ es un cuadrado perfecto.

III. Todo número natural que sea cubo perfecto puede ser de la forma $\overset{\circ}{9}-1, \overset{\circ}{9} \text{ ó } \overset{\circ}{9}+1$.

- A) FVF B) VVV C) VFF
D) FVV E) FFF

62. De los siguientes números, cuántos podrían ser cuadrados perfectos:

$$N_1 = \dots 4\ 537; \quad N_2 = \dots 1\ 425;$$

$$N_3 = \dots 2\ 426; \quad N_4 = \dots 70\ 000;$$

$$N_5 = \dots 4\ 161$$

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

63. Si: $\overline{ab\dots 176}^2 + \overline{cd\dots 125}^2 = \overline{\dots xy}$
Entonces el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- I. $\overline{y(x+1)} \times \overline{(x+1)y}$ es un cuadrado perfecto.
II. $\overline{yy(y-1)(y-1)}$ tiene 4 divisores cuadrados perfectos.
III. Entre $\overline{yx}^2$ y $\overline{(y+1)(x+2)}^2$ existen 192 números naturales impares.
es:

- A) VVV B) FVV C) VVF
D) FVF E) FFV

64. Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- I. Un número cuadrado perfecto puede ser $\overset{\circ}{7}, \overset{\circ}{7}+1, \overset{\circ}{7}+4, \overset{\circ}{7}+2$.
II. Un número cuadrado perfecto en la base nueve puede terminar en las cifras: 0, 1, 2 ó 4.
III. Si un número se eleva a la cuarta y se escribe en la base cinco su cifra de unidades puede ser: 0, 1 ó 4.

- A) VVF B) VVV C) VFF
D) FVV E) FFV

65. ¿Cuántos pares de enteros positivos m y n satisfacen: $m^2 + n^2 = 111\dots 111$?

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) Infinito

66. Dado $N = \underbrace{\overline{xxx\dots x}}_{\text{"n" cifras}}(x+1)$

Si se eleva N al cuadrado, indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- I. N^2 tiene "n-1" ceros.
II. N^2 tiene "n-1" cifras máximas.
III. La cifra de orden uno es uno
IV. La cifra de orden "n+1" es x-1

- A) VVVV B) VVFF C) VFFV
D) VVFF E) FFVV

67. Si $\overline{12cde5}$ es cuadrado perfecto, el valor de $(c + d + e)$ es:

- A) 4 B) 5 C) 7
D) 8 E) 12

68. Hallar $a + b + c + d + e$, si:

$$\overline{abcde} = \overline{ab(c-2)^2}$$

- A) 7 B) 8 C) 9
D) 12 E) 15

69. Si $\overline{ba^5} = \overline{a(2a)(4a)(4a)cd}$. Hallar:
 $a + b + c$

- A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

70. Si n y 24 son primos entre sí, hallar la suma de los valores naturales de n de modo que $n^4 + 24n^3$ sea un cuadrado perfecto.

- A) 20 B) 24 C) 26
D) 28 E) 30

71. Si $\overline{abcd}$ es un cubo perfecto y además $\overline{ab} + \overline{cd} = 90$. El menor número que habrá que sumarle o restarle para que posea una cantidad impar de divisores es:

- A) 40 B) 20 C) 36
D) 56 E) 95

72. ¿Cuántos cubos perfectos de diez cifras son múltiplos de 3, 7 y 11?

- A) 9 B) 8 C) 7
D) 6 E) 5

73. Determinar la cantidad de divisores del producto $\overline{ab} \times \overline{cd}$. Si $\overline{5ab6cd0}$ es cuadrado perfecto divisible por 33.

- A) 16 B) 12 C) 24
D) 18 E) 28

74. Si se cumple que $\overline{1bcde} = \overline{de^3}$ y $\overline{bde} = \overline{36}$, entonces el resto que se obtiene al extraer la raíz cuadrada de $\overline{cde}$ es:

- A) 22 B) 30 C) 32
D) 40 E) 44

75. Un número par de seis cifras, de la forma $\overline{FERMAT}$ es un cubo perfecto y que $F+R+A+E+M+T=18$. Hallar $F+M$.

- A) 5 B) 6 C) 9
D) 10 E) 16

76. En tiempos remotos, en un pueblo Ruso se presentó el siguiente hecho: Dos mercaderes vendieron una partida de toros recibiendo por cada animal tantos rublos como toros habría en la partida, con el dinero recibido compraron un rebaño de ovejas, pagando 10 rublos por cada oveja y un corderito. Al repartirse el rebaño en dos mitades, uno recibió una oveja más y otra el corderito. El que recibió ésta fue compensado por su socio con una suma complementaria correspondiente. Siendo dicho pago complementario

una cantidad entera de rublos, ¿cuál es dicha cantidad?

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

77. Dada la sucesión 49; 4489; 444 889; 44 448 889; ... $\underbrace{444 \dots 4}_{100 \text{ cifras } 4} \underbrace{888 \dots 8}_{99 \text{ cifras } 8} 9$.

¿Cuántos cuadrados perfectos tiene?

- A) 80 B) 100 C) 120
D) 140 E) 160

78. Si cada (*) representa a una cifra. Halle la suma de las cifras de la raíz.

$$\begin{array}{r} \sqrt{\begin{array}{cccc} * & * & * & * \end{array} 2} \quad \begin{array}{c} * \\ 5 \end{array} * \\ \begin{array}{r} * \\ 1 * * \\ * * * \\ * * * * \\ \hline 2 * * * \end{array} \\ 3 \end{array}$$

- A) 12 B) 11 C) 10
D) 13 E) 9

79. Indicar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- I. El residuo máximo ya sea por defecto o por exceso es múltiplo de 6 en una raíz cúbica.
II. La suma de los restos por defecto y por exceso es una unidad menor que el duplo de la raíz cuadrada por exceso.
III. La suma del residuo por defecto con el residuo por exceso en una raíz enésima es $(k+1)^n - k^n$, donde k es la raíz enésima por defecto.

- A) VVV B) VFV C) VFF
D) FVF E) FFF

80. Al extraer la raíz cuarta de un número se obtiene como resto máximo 9 854. Si a dicho número se le extrae su raíz cúbica se tiene

$$\begin{array}{r} \sqrt[3]{\begin{array}{ccccccc} * & * & * & * & * & * & * \end{array}} \quad \begin{array}{c} * \\ * \end{array} \\ \begin{array}{r} \times * \\ * y * * * \\ * z * * \\ * * w * \end{array} \end{array}$$

Hallar $x + y + z + w$

- A) 16 B) 17 C) 18
D) 19 E) 20

81. Al extraer la raíz cuadrada de $45365_{(x)}$ se obtiene $212_{(x)}$ de raíz y $221_{(x)}$ de residuo. ¿Cuántos divisores cuadrados perfectos tiene x ?

- A) 11 B) 12 C) 13
D) 14 E) 15

82. Al extraer la raíz cuadrada por defecto a un número de 5 cifras se observa que:

- I. La cifra del tercer lugar del radicando coincide con su cifra de segundo orden.
II. La raíz es igual al complemento aritmético del radicando menos 20 unidades.

Calcular la suma de la raíz y el residuo.

- A) 315 B) 440 C) 755
D) 851 E) 871

83. ¿Cuántos números naturales N cumplen que al extraerles la raíz cúbica el residuo es 68 y la raíz cuadrada por defecto es el triple de la raíz cúbica por defecto?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

84. En una radicación cuadrada entera, al radicando le faltan 31 unidades para que se obtenga el residuo máximo, entonces la suma de las cifras, del menor valor que puede adoptar el radicando para que la radicación sea inexacta, es:

A) 20 B) 18 C) 10
D) 12 E) 14

85. Si $a = \overbrace{111\dots11}^{2004 \text{ veces}}$ y $b = \overbrace{100\dots005}^{2003 \text{ veces}}$, entonces la suma de cifras del resultado de $R = \sqrt{a \cdot b + 1}$ es:

A) 6007 B) 6016 C) 6013
D) 6005 E) 6011

86. ¿Cuántos números de 4 cifras existen, tales que al extraer su raíz cuadrada se obtiene 81 como residuo por exceso?

A) 58 B) 59 C) 60
D) 61 E) 62

87. Al extraer la raíz cuadrada de $\overline{abcc}$ se obtiene como raíz $\overline{cc}$, los restos parciales en dicha operación fueron 5 y 30. Hallar la cantidad de divisores primos del número $\overline{abcc}$.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

88. ¿Cuántos números de 6 cifras dan residuo máximo (por defecto) tanto en su raíz cuadrada como en su raíz cúbica?

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

89. Al extraer la raíz cúbica por defecto de un número N de 3 cifras se obtiene por resto 13; pero si se invierten las cifras de N , se observa que la raíz cúbica por defecto del número formado excede en 1 a la anterior y el resto es 141. La suma de las cifras de N es:

A) 9 B) 12 C) 14
D) 16 E) 21

90. ¿Cuántos números naturales N cumplen que $\frac{11}{5}$ aproxima a $\sqrt{N}$ en menos de $\frac{2}{3}$.

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

91. La distancia más corta entre Marte y la Tierra ocurrió el día: $(\overline{ab}/\overline{cd}/2003)$; $\overline{ab}$ y $\overline{cd}$ son cubos (donde c puede ser cero) que al dividirlos resulta un cociente igual al residuo. La distancia en kilómetros es de la forma $\overline{eebg0aa0}$ cuya suma de cifras es $\overline{ab}$. Calcular $\sqrt[3]{\overline{eebg0aa0}}$ con un error menor que 1 unidad.
- siendo e, g y b consecutivas crecientes

A) 22 B) 27 C) 35
D) 36 E) 37

92. Un anciano brasileño, reunió a todos sus descendientes directos en el día de su cumpleaños y se observó lo siguiente:

*El total de personas reunidas N era menor que 1 000, incluida su esposa.

*El número de nietos era la raíz cuadrada del número de bisnietos, y los hijos la raíz cúbica del número de nietos.

*El día era múltiplo del número del mes, y el cociente de dichos números es igual al número de hijos del anciano.

*El día = # de nietos.

Calcule la suma de N más el día y mes de su cumpleaños.

A) 751 B) 769 C) 797
D) 823 E) 901

93. Hallar un múltiplo de $2/5$ que aproxime a $\sqrt{30}$ en menos $2/5$. Dar como respuesta la suma de los valores posibles.

A) 8,5 B) 8,6 C) 9,3
D) 10,8 E) 11,2

94. Halle el valor aproximado por exceso a la raíz cuadrada de $\frac{n+2}{n}$ con un error menor que $\frac{1}{n}$, $n > 2$ y $n \in \mathbb{Z}^+$

A) $\frac{n+1}{n}$ B) $\frac{n+2}{n}$ C) $\frac{n+3}{n}$
D) $\frac{n+4}{n}$ E) $\frac{n+5}{n}$

95. ¿Cuántos de los siguientes números:

$$\frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{8}{7}, \frac{9}{7}, \frac{13}{7} \text{ aproximan a } \sqrt[3]{\frac{22}{7}}$$

en menos de $\frac{3}{7}$?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

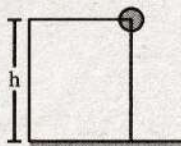
96. Hallar el valor de:

$$E = \left(\frac{2 + 0,5 - 0,15 + 0,6}{0,428571} \right)^{0,5} \text{ con un}$$

error por defecto menor que 10^{-2}

A) 2,62 B) 2,63 C) 2,64
D) 2,65 E) 2,66

97. La velocidad de impacto de un cuerpo en caída libre es: $v = \sqrt{2gh}$



g: aceleración de la gravedad 10 m/s^2

h: altura en metros

v: velocidad m/s

Si $h=6\text{m}$; hallar el racional que aproxima por defecto a "v" en menos de $1/8$.

- A) 11 B) $10\frac{7}{8}$ C) $10\frac{5}{8}$
D) $10\frac{3}{8}$ E) $10\frac{1}{4}$

98. Hallar dos números racionales de la forma $\frac{2}{25}k$ y $\frac{2}{25}(k+1)$ donde $k \in \mathbb{Z}$ que aproximan a $\sqrt{37}$ en menos $\frac{2}{25}$.
Hallar la suma de dichos racionales.

- A) 12,24 B) 12,34 C) 12,44
D) 13,12 E) 13,22

99. Si la raíz cúbica de 140 pertenece al intervalo: $[a, b]$ con un error de aproximación menor $\frac{1}{125}$, donde "a" y "b" son racionales, indicar el valor de "b".

- A) $\frac{27}{5}$ B) $\frac{649}{125}$ C) $\frac{26}{5}$
D) $\frac{5}{19}$ E) $\frac{28}{5}$

100. Un terreno tiene aproximadamente la forma de un cuadrado y su área es un número entero **N** de metros cuadrados. Si se mide dicha área con una regla que tiene divisiones de $1/5 \text{ m}$ se obtienen $27,04 \text{ m}^2$ y al medirla con otra regla que tiene divisiones de $2/3 \text{ m}$ se obtiene $196/9 \text{ m}^2$. Calcular la suma de las cifras **N**.

- A) 7 B) 11 C) 10
D) 13 E) 19

**CLAVES**

1	E
2	B
3	B
4	B
5	A
6	B
7	B
8	E
9	C
10	C
11	B
12	A
13	B
14	C
15	C
16	B
17	C
18	A
19	E
20	C
21	D
22	B
23	C
24	B
25	C

26	D
27	B
28	B
29	D
30	C
31	E
32	C
33	D
34	B
35	C
36	C
37	D
38	D
39	B
40	C
41	B
42	A
43	B
44	C
45	C
46	A
47	B
48	D
49	A
50	B

51	C
52	D
53	C
54	A
55	C
56	A
57	A
58	A
59	B
60	D
61	B
62	B
63	A
64	C
65	A
66	B
67	D
68	C
69	C
70	C
71	D
72	E
73	A
74	D
75	B

76	C
77	B
78	D
79	A
80	D
81	C
82	C
83	A
84	E
85	C
86	B
87	C
88	C
89	C
90	B
91	C
92	C
93	D
94	A
95	C
96	C
97	B
98	A
99	C
100	C

EXÁMENES DE ADMISIÓN UNIV. - UNMSM

UNI - 2009 - I

PROBLEMA 01: Un fabricante vende un artículo al mayorista ganando $p\%$, éste vende al minorista ganando $q\%$ y el minorista al público obteniendo una ganancia de $t\%$. Si el precio del artículo al público es 1,716 veces el valor que cuesta fabricarlo, halle la suma de las cifras de $(p + q + t)$.

A) 6

B) 7

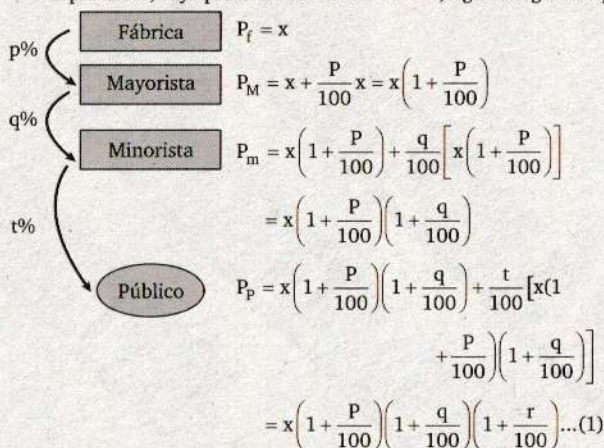
C) 8

D) 9

E) 10

Resolución:

El producto, cuyo precio de fabricación es " x ", sigue el siguiente proceso:



Por condición del problema, el precio de venta al público es 1,726 veces el precio de fabricación, es decir:

$$P_p = 1,726 P_f$$

$$\text{De(1): } x\left(1 + \frac{P}{100}\right)\left(1 + \frac{q}{100}\right)\left(1 + \frac{t}{100}\right) = 1,716x \quad \dots (2)$$

$$(100 + p)(100 + q)(100 + t) = 1716000$$

$$pqt + 10^2(pq + pt + qt) + 10^4(p + q + t) + 10^6 = 1716000$$

De donde se deduce que:

$$pqt + 10^2(pq + pt + qt) + 10^4(p + q + t) = 716000 \quad \dots (3)$$

Por otro lado, observando la expresión (3), el miembro derecho de la ecuación; se deduce:

$$p + q + t < 71 \quad \dots (4)$$

También de (3) se puede deducir que:

$$pqt = 6000 \quad \dots (5)$$

Luego de (4) y (5):

$$p = 10; q = 20; t = 30$$

La suma de estos números:

$$p + q + t = 10 + 20 + 30 = 60$$

La suma de sus cifras:

$$\Sigma \text{cifras} = (1 + 0) + (2 + 0) + (3 + 0) = 6$$

Comprobación en (3):

$$\begin{aligned} 10^4 (10 + 20 + 30) &= 600000 + \\ 102 [10(20) + 10(30) + 20(30)] &= 110000 \\ 10 \times 20 \times 30 &= \underline{6000} \\ &716000 \end{aligned}$$

Rpta.: A

PROBLEMA 02: Tres números enteros m, n, p tienen una media aritmética de 10 y una media geométrica de $\sqrt[3]{960}$. Halle aproximadamente la media armónica de estos números, si $n \cdot p = 120$

A) 8,72

B) 9,32

C) 9,73

D) 9,93

E) 9,98

Resolución:

Se tiene los tres números enteros m, n, p , de tal manera que:

$$np = 120 \quad \dots (1)$$

Además por condición del enunciado se cumple:

. La medida aritmética es 10:

$$\begin{aligned} M_A &= \frac{m + n + p}{3} = 10 \\ \Rightarrow m + n + p &= 30 \quad \dots (2) \end{aligned}$$

. La medida geométrica es $\sqrt[3]{960}$:

$$\begin{aligned} M_G &= \sqrt[3]{mnp} = \sqrt[3]{960} \\ \Rightarrow mnp &= 960 \quad \dots (3) \end{aligned}$$

Reemplazando (4) en (2):

$$(8) + m + n + p = 30 \Rightarrow n + p = 22 \quad \dots(5)$$

la medida armónica de los tres números mencionados:

$$\begin{aligned} M_{ar} &= \frac{3}{\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{p}} \\ &= \frac{3}{\frac{np + mp + mn}{mnp}} \\ &= \frac{3(mnp)}{np + m(p + n)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} De(1);(3),(4)y(5) &:= \frac{3(960)}{(120) + 8(22)} \\ &= 9,73 \end{aligned}$$

Rpta.: C

PROBLEMA 03: Las normas académicas de una institución educativa establecen las calificaciones siguientes:

Aprobado:	Nota ≥ 14 ;
Desaprobado:	$9 \leq \text{Nota} < 14$ y
Reprobado:	Nota < 9

En el curso de Química, las calificaciones finales fueron: 40% de aprobados, con nota promedio: 16 puntos; nota promedio de los reprobados: 6 puntos. Si la nota promedio obtenida en el curso fue de 11 puntos, entonces el porcentaje de alumnos reprobados es:

- | | | |
|--------|--------|--------|
| A) 10% | B) 20% | C) 30% |
| D) 40% | | E) 50% |

Resolución:

Del enunciado: en el curso de química, el 40% son aprobados con una nota promedio de 16; los desaprobados tienen una nota promedio de 11 y los reprobados una nota promedio de 6.

Considerando una cantidad de 100 alumnos que estudian el curso de química, construiremos la tabla:

	Cantidad alumnos	%	Nota promedio
Aprobados	40	40%	16
Desaprobados	$60 - x$		11
Reprobados	x		6
Total	100	100%	

Si se tiene una nota promedio de n alumnos, entonces, se puede decir que todos los n alumnos tienen la nota promedio.

También del enunciado: "La nota promedio del curso de química es 11", entonces de la tabla:

$$\frac{16(40) + 11(60 - x) + 6x}{100} = 11$$

$$1300 - 5x = 1100$$

$$\Rightarrow x = 40$$

El porcentaje de alumnos "reprobados":

$$P_R = \frac{40}{100} \times 100\% = 40\%$$

Rpta.: D

PROBLEMA 04: De un grupo de 12 profesores; 5 son de la UNI, uno de los cuales es mujer; 4 son de la UNA, uno de los cuales es mujer, y 3 son de la UNMSM, todos varones. ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar ternas constituidas por un profesor de cada universidad y que no pueda haber una mujer de la UNA?

A) 0,06

B) 0,15

C) 0,18

D) 0,20

E) 0,24

Resolución:

Con los datos del enunciado construimos la tabla:

	Hombre	Mujer	Total
UNI	4	1	5
UNA	3	1	4
UNMSM	3	0	3

Para seleccionar una terna es decir 3, de los 12 profesores, el número total de casos posibles lo calculamos mediante una combinación, así:

$$C_3^{12} = \frac{12!}{3!(12-3)!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{(3 \times 2)9!} = 220$$

El número de casos favorables, donde se seleccione un profesor de cada universidad, pero que no exista una mujer de la UNA. De la tabla:

$$N_F = 5 \times 3 \times 3 \times 3 = 45$$

La probabilidad de seleccionar la terna de profesores, donde se tenga uno de cada universidad, pero que no exista una mujer de la UNA.

$$P = \frac{N_F}{C_3^{12}} = \frac{45}{220} = 0,2045$$

Rpta.: D

PROBLEMA 05: Sea el número $N = 777 \dots 77_{(8)}$ de 100 cifras.

Hállese la suma (expresada en base diez) de las cifras del número N^2 , está expresada en base 8.

A) 640

B) 700

C) 740

D) 780

E) 800

Resolución:

Del enunciado se tiene:

$$\begin{aligned}
 N &= \underbrace{777 \dots 77_{(8)}}_{100 \text{ cifras}} \\
 &= \underbrace{777 \dots 77_{(8)} + 1_{(8)}}_{*} - 1_{(8)} \\
 &= \underbrace{1000 \dots 0_{(8)}}_{100 \text{ cifras}} - 1_{(8)}
 \end{aligned}$$

Expresión N en base 10:

$$\begin{aligned} N &= 1 \times 8^{100} + 0 \times 8^{99} + 0 \times 8^{98} + \dots + 0 \times 8^0 - 1 \times 8^0 \\ &= 8^{100} - 1 \\ \Rightarrow N^2 &= (8^{100} - 1)^2 \\ &= 8^{200} - 2 \times 8^{100} + 1 \end{aligned}$$

Expresando N^2 en base 8:

$$\begin{aligned} N^2_{(8)} &= \underbrace{1000\dots 0_{(8)}}_{200 \text{ cifras}} - 2_{(8)} \left(\underbrace{1000\dots 0_{(8)}}_{100 \text{ cifras}} \right) + 1_{(8)} \\ &= \underbrace{1000\dots 0_{(8)}}_{200 \text{ cifras}} - \underbrace{2000\dots 0_{(8)}}_{100 \text{ cifras}} + 1_{(8)} \quad \dots (\alpha) \end{aligned}$$

Efectuando la operación I y II, verticalmente:

$$\begin{array}{r} \overbrace{100\dots 000}^{100 \text{ cifras}} \quad \overbrace{000\dots 00}^{100 \text{ cifras}}_{(8)} - \\ \vdots \\ \quad \quad \quad \underbrace{2 \ 000\dots 00}_{(8)} \\ \hline 77\dots 776 \ 000\dots 00 \end{array}$$

Luego en α se tiene:

$$\begin{aligned} N^2_{(8)} &= \underbrace{777\dots 776}_{100 \text{ cifras}} \underbrace{000\dots 0}_{100 \text{ cifras}}_{(8)} + 1_{(8)} \\ &= \underbrace{777\dots 776}_{100 \text{ cifras}} \underbrace{000\dots 1}_{100 \text{ cifras}}_{(8)} \end{aligned}$$

La suma de las cifras de $N^2_{(8)}$:

$$\Sigma \text{ cifras} = 7(99) + 6 + 1 = 700$$

Rpta.: B

PROBLEMA 06: Clasifique como verdadero (V) o falso (F) cada una de las siguientes afirmaciones:

- $\forall a, b$ números enteros, $\frac{a}{b}$ es un número racional.
- $\forall a, b$ números enteros, $\frac{a+b}{1+a^2}$ es un número racional.
- Si $k \in \mathbb{Z}$ y k^2 es par, entonces k es par.

A) FVV

B) FFV

C) VFV

D) VFF

E) FFF

Resolución:

Clasificando como verdadero (V) o falso (F) las siguientes afirmaciones:

- 1.- " $\forall a, b$ números enteros, $\frac{a}{b}$ es un número racional".

Falso (F)

La expresión $\frac{a}{b}$ será un número racional si a y b son números y $b \neq 0$.

- 2.- " $\forall a, b$ números enteros, $\frac{a+b}{1+a^2}$ es un número racional".

Verdadero (V)

Si a y b son números enteros, entonces $a + b$ también es un número entero.

$$\forall a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a + b \in \mathbb{Z}$$

Simultáneamente, si a es un número entero, entonces a^2 también es un número entero, y también lo será $a^2 + 1$, por ser la unidad un número entero:

$$\forall a \in \mathbb{Z} \Rightarrow a^2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow a^2 + 1 \in \mathbb{Z}$$

Luego:

$$\frac{a+b}{a^2+1} \text{ es un número racional.}$$

- 3.- " $\text{Si } k \in \mathbb{Z} \text{ y } k^2 \text{ es par, entonces } k \text{ es par}$ ".

Verdadero (V)

Si k es un natural y k^2 es un número par, es decir: 2

$$k^2 = 2$$

$$\left(\frac{0}{2}\right)^2 = 2$$

$$\Rightarrow k = 2$$

Rpta.: A

PROBLEMA 07: Sea $N = abc$, un número de tres cifras, tal que:

$$\overline{abc} = \overset{0}{7}, \overline{cba} = \overset{0}{11} \text{ y } \overline{cab} = \overset{0}{9}.$$

Halle la siguiente suma $3c + 2a + b$.

A) 24

B) 26

C) 28

D) 30

E) 32

Resolución:

Se tiene $N = abc$ un número de tres cifras.

Además se sabe por dato que:

$$\overline{abc} = \overset{0}{7} \quad \dots(I)$$

$$\overline{cab} = \overset{0}{9} \quad \dots(II)$$

$$\overline{cba} = \overset{0}{11} \quad \dots(III)$$

Aplicando criterio de divisibilidad en (II):

$$\overline{cab} = 9 \Rightarrow c + a + b = 9 \quad \dots(1)$$

$$\Rightarrow a + b + c = 9 \quad \dots(2)$$

Por (1) y (2) se deduce:

$$\overline{cab} = \overset{0}{9} \Rightarrow \text{y } \overline{abc} = 9 \quad \dots(IV)$$

Aplicando criterio de divisibilidad en (III):

$$\overline{cba} = 11 \Rightarrow c - b + a = 11 \quad \dots(3)$$

$$\Rightarrow a - b + c = 11 \quad \dots(4)$$

Por (3) y (4) se deduce:

$$\overline{cba} = \overset{0}{11} \text{ y } \overline{abc} = 11 \quad \dots(V)$$

De (I), (IV) y (V) se deduce que:

$$\overline{abc} = \overset{0}{7} = \overset{0}{9} = \overset{0}{11}$$

Luego se puede afirmar:

$$\begin{aligned} \overline{abc} &= \overline{\text{M.C.M.}(7;9;11)} \\ &= (7 \times 9 \times 11) \times k \\ &= 693k \end{aligned}$$

Como $\overline{abc}$ tiene 3 cifras, entonces $k = 1$, luego:

$$\overline{abc} = 693$$

$$\text{donde: } a = 6, b = 9; c = 3$$

Finalmente calculamos la expresión:

$$3c + 2a + b = 3(3) + 2(6) + 9 = 30$$

Rpta.: D

PROBLEMA 08:

Si la fracción $\frac{\overline{abc}}{\overline{cba}}$ es equivalente a $\frac{5}{17}$, determine b , sabiendo que $(a)(b)(c)$

A) 24

B) 26

C) 28

D) 30

E) 32

Resolución:

Del enunciado del problema:

$$\frac{\overline{abc}}{\overline{cba}} \text{ es equivalente a } \frac{5}{17}$$

Donde:

$$\overline{abc} \neq 0$$

$$\Rightarrow a \neq 0; b = 0; c \neq 0 \dots(1)$$

Entonces:

$$\frac{\overline{abc}}{\overline{cba}} = \frac{5}{17}$$

Luego podemos afirmar que:

$$\overline{abc} = 5k \dots(2)$$

$$\overline{cba} = 17k \dots(3)$$

En la experiencia (1), como $\overline{abc}$ es múltiplo de 5, entonces c puede ser 0 ó 5; pero considerando (1):

$$c = 5 \dots(4)$$

Restando (2) de (3):

$$\overline{cba} - \overline{abc} = 17k - 5k$$

$$c \times 10^2 + b \times 10 + a - (a \times 10^2 + b \times 10 + c) = 12k$$

$$c \times 10^2 + b \times 10 + a - a \times 10^2 - b \times 10 - c = 12k$$

$$100c - 100a + a - c = 12k$$

$$99c - 99a = 12k$$

$$\begin{aligned} 99(c-a) &= 12k \\ 33(c-a) &= 4k \\ \text{De (4): } \frac{33(5-a)}{4} &= \frac{4k}{33} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a = 1 \wedge k = 33$$

Reemplazando el valor de $k = 33$ en (2):

$$\begin{aligned} \overline{abc} &= 5(33) = 165 \\ \Rightarrow b &= 6 \end{aligned}$$

Rpta.: D

UNI - 2009 - II

PROBLEMA 09: Tres socios A, B, C deberían repartirse una utilidad de M dólares proporcionalmente a sus edades, las cuales son x del socio A, (x - 3) del socio B y (x - 6) del socio C. Como el reparto se realizó un año después, calcule la cantidad que recibe el socio que más se perjudica.

A) $\frac{M(x+1)}{3(x-2)}$

B) $\frac{M(x-2)}{x+1}$

C) $\frac{M(x+3)}{x-1}$

D) $\frac{M(x-1)}{x-3}$

E) $\frac{M(x+1)}{2(x-3)}$

Resolución:

Si las cantidades A, B, C, ... se reparten proporcionalmente a las cantidades a, b, c, ... respectivamente, se cumple:

$$\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c} = \dots = \frac{A+B+C+\dots}{a+b+c+\dots} = k \quad \dots(I)$$

En el problema, se tiene tres socios A, B y C con sus respectivas edades:

	Edad inicial	Un año después
A:	x	x + 1
B:	x - 3	x - 2
C:	x - 6	x - 5

El monto "M" a repartirse:

$$M = M_A + M_B + M_C \quad \dots(1)$$

Como el monto "M" debe repartirse proporcionalmente a las edades un año después, aplicamos la fórmula (I):

$$\frac{M_A}{x+1} = \frac{M_B}{x-2} = \frac{M_C}{x-5} = \frac{M_A + M_B + M_C}{(x+1) + (x-2) + (x-5)}$$

$$\text{De(1): } \frac{M_A}{x+1} = \frac{M_B}{x-2} = \frac{M_C}{x-5} = \frac{M}{3(x-2)}$$

Dedonde:

$$M_A = \frac{x+1}{3(x-2)} M; M_B = \frac{x-2}{3(x-2)} M; M_C = \frac{x-5}{3(x-2)} M$$

El socio que más se perjudica es el que recibe la mayor cantidad (el de mayor edad), pues si su utilidad lo hubiera recibido un año antes la cantidad hubiera sido mayor. Para los socios de menor monto un año implica una mayor proporción en relación a sus edades.

El socio que más se perjudica recibe:

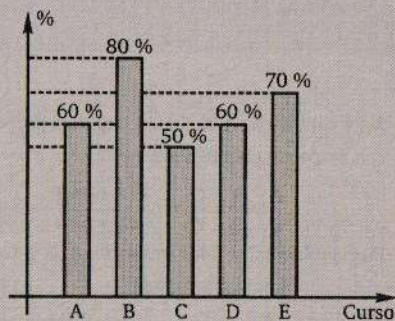
$$M_A = \frac{x+1}{3(x-2)} M$$

Rpta.: A

PROBLEMA 10:

Del gráfico:

Tasa de aprobación en los cursos A, B, C, D, y E de un grupo de estudiantes



Se afirma:

- I. El porcentaje promedio de desaprobación por curso es 36%
- II. El porcentaje de aprobación del curso D es el 60% del porcentaje del curso B.
- III. La tasa de desaprobación del curso E es el 60% de la tasa de aprobación en el curso C.

A) Solo I

B) Solo II

C) Solo III

D) I y II

E) I y III

Resolución:

En las proposiciones:

- I. El porcentaje promedio de desaprobación por curso es 36%.

Verdadera (V)

El porcentaje promedio de aprobación por curso:

$$\begin{aligned}\%P_{\text{aprob}} &= \frac{60\% + 80\% + 50\% + 60\% + 70\%}{5} \\ &= 64\%\end{aligned}$$

El porcentaje promedio de desaprobación por curso:

$$\%P_{\text{desap}} = 100\% - 64\% = 36\%$$

- II. El porcentaje de aprobación del curso D es el 60% del porcentaje de aprobación del curso B.

Falso (F)

El porcentaje de aprobación del curso D con respecto al porcentaje aprobación del curso B:

- III. La tasa de desaprobación del curso E es el 60% de la tasa de aprobación del curso E es el 60% de la tasa de aprobación en el curso C.

Verdadera (V)

La tasa de desaprobación del curso E:

$$\%E' = 100\% - 70\% = 30\%$$

La tasa de desaprobación del curso E con respecto a la tasa de aprobación del curso C.

Son verdaderas "solo I y III".

Rpta.: E

PROBLEMA 11: Se tiene la siguiente igualdad.

$$\overline{adba}_{(3)} + \overline{baab}_{(3)} = \overline{(2b)(2b)0}_{(5)} \quad (0 \text{ es el cero})$$

Halle el valor de $b - a$.

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

Resolución:

Si se tiene el número $\overline{abcd...xy}_{(k)}$, su descomposición polinómica es:

$$k^{n-1}a + k^{n-2}b + k^{n-3}c + k^{n-4}d + \dots + kx + y \quad \dots(I)$$

En el problema, aplicando la definición (I) en la expresión:

$$\overline{abba}_{(3)} + \overline{baab}_{(3)} = \overline{(2b)(2b)0}_{(5)}$$

$$(3^3a^2 + 3^2b + 3b + a) + (3^3b + 3^2a + 3a + b) = 5^2(2b) + 5(2b)$$

$$2a - b = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ (1) & (2) \end{array}$$

Entonces para que se cumpla la igualdad:

$$a = 1 ; b = 2$$

Luego la expresión:

$$b - a = 2 - 1 = 1$$

Rpta.: B

PROBLEMA 12:

Juan y Pedro pueden pintar un auditorio en 5 días, Juan y Carlos lo pueden hacer en 6 días y Pedro con Carlos lo pueden hacer en 5 días. ¿En cuántos días puede Pedro pintar el auditorio?

A) $8\frac{4}{7}$

B) $9\frac{2}{7}$

C) $9\frac{3}{7}$

D) $9\frac{4}{7}$

E) $9\frac{5}{7}$

Resolución:

Definimos: Juan (J), Pedro (P), Carlos (C)

Para pintar todo el auditorio emplean:

J y P: 5 días

J y C: 6 días

P y C: 5 días

Entonces, la fracción del auditorio que avanzan en un día:

$$J + P = 1/5 \quad \dots(1)$$

$$J + C = 1/5 \quad \dots(2)$$

$$P + C = 1/5 \quad \dots(3)$$

Dé (1) y (2):

$$P = \frac{1}{5} - J \quad ; \quad C = \frac{1}{6} - J$$

Reemplazando en (3):

$$\left(\frac{1}{5} - J\right) + \left(\frac{1}{6} - J\right) = \frac{1}{5} \Rightarrow \begin{cases} J = 1/12 \\ P = 7/60 \end{cases}$$

Los días "x" que Pedro emplearía para pintar todo el auditorio:

$$\begin{array}{cc} 1 \text{ día} & 7/60 \text{ obra} \\ x \text{ días} & 1 \text{ obra} \end{array}$$

Resolviendo la regla de tres:

$$\begin{aligned} x &= \frac{(1 \text{ día}) \times (1 \text{ obra})}{7/60 \text{ obra}} \\ &= \frac{60}{7} \text{ días} \\ \Rightarrow x &= 8\frac{4}{7} \text{ días} \end{aligned}$$

Rpta.: A

PROBLEMA 13: Una empresa promociona su juego de lotería que consiste en elegir cinco números diferentes de un total de treinta. Para ganar algún premio se necesita acertar por lo menos en tres de los cinco números que salieron sorteados. Calcule la probabilidad de ganar algún premio.

A) $\frac{5}{142506}$

B) $\frac{6}{142506}$

C) $\frac{10}{142506}$

D) $\frac{16}{142506}$

E) $\frac{20}{142506}$

Resolución:

Sis e selecciona k elementos de un total de n, la cantidad de maneras de elegir estos "k" elementos está definido por:

$$C_k^n = \frac{n!}{(n-k)!k!} \quad \dots(I)$$

La probabilidad P de que suceda un evento está definido por:

$$P = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Total de casos}} \quad \dots(II)$$

En el problema, el número de maneras de elegir 5 números de un total de 30:

$$\begin{aligned} E &= C_5^{30} = \frac{30!}{(30-5)!5!} \\ &= \frac{30 \times 29 \times 28 \times 27 \times 26 \times 25!}{(25)!5!} \\ &= 142506 \quad ; \quad (\text{total de casos}) \quad \dots(1) \end{aligned}$$

De los 5 números elegidos, el acertar por lo menos en 3 para ganar algún premio:

$$\begin{aligned}
 G &= C_5^3 + C_5^5 \\
 &= \frac{5!}{(5-3)!3!} + \frac{5!}{(5-4)!4!} + \frac{5!}{(5-5)!5!} \\
 &= \frac{5 \times 4 \times 3!}{2!3!} + \frac{5 \times 4}{1!4!} + 1 \\
 &= 10 + 5 + 1 \\
 &= 16 \quad ; \quad (\text{casos favorables})...(2)
 \end{aligned}$$

La probabilidad de ganar algún premio, aplicando (II) y de (1) y (2):

$$P = \frac{G}{E} = \frac{16}{142506}$$

Rpta.: D

PROBLEMA 14: Calcule la siguiente suma:

$$35 + 48 + 63 + 80 + \dots + 1599$$

A) 22 050

B) 22 055

C) 22 065

D) 22 075

E) 22 140

Resolución:

Propiedades:

$$\bullet \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad \dots(I)$$

$$\bullet \sum_{k=h}^n k^2 = \sum_{k=1}^n k^2 - \sum_{k=1}^{h-1} k^2 ; \quad h < n \quad \dots(II)$$

En el problema, para calcular la suma:

$$\begin{aligned}
 \Sigma &= 35 + 48 + 63 + 80 + \dots + 1569 \\
 &= (6^2 - 1) + (7^2 - 1) + (8^2 - 1) + \dots + (40^2 - 1) \\
 &= (6^2 + 7^2 + 8^2 + \dots + 40^2) - 35 \\
 &= \sum_{k=6}^{40} k^2 - 35
 \end{aligned}$$

$$\text{De (II):} \quad = \left(\sum_{k=1}^{40} k^2 - \sum_{k=1}^5 k^2 \right) - 35$$

$$\begin{aligned} \text{De (1)} &= \frac{40(40+1)(2 \times 40+1)}{6} - \frac{5(5+1)(2 \times 5+1)}{6} - 35 \\ &= 22050 \end{aligned}$$

Rpta.: A

PROBLEMA 15: Si a y b son números naturales, halle la suma de todos los valores posibles de a de modo que:

$$\frac{a}{9} + \frac{b}{5} = 3,06$$

A) 7

B) 15

C) 24

D) 30

E) 45

Resolución:

La fracción periódica mixta:

$$0,\underbrace{abc\dots xyz}_{\overline{n}}\dots = \frac{(abc\dots xyz\dots) - (abc\dots)}{\underbrace{999\dots 000\dots}_{\overline{n} \quad \overline{k}}} \quad \dots (I)$$

En el problema, aplicando la propiedad (I):

$$\frac{a}{9} + \frac{b}{5} = 3 + 0,06$$

$$\frac{a}{9} + \frac{b}{5} = 3 + \frac{06-0}{90}$$

$$\frac{a}{9} + \frac{b}{5} = 3 + \frac{1}{15} \Rightarrow 5a + 9b = 138$$

Para que se cumpla la igualdad a y b pueden tomar los valores:

$$5a + 9b = 138$$

↓ ↓

(6) (12)

(15) (7)

(24) (2)

La suma de los valores posibles de a :

$$V_a = 6 + 15 + 24 = 45$$

Rpta.: E

PROBLEMA 16: Si $\overline{ab}^2 - \overline{ba}^2 = 3168$; halle el menor valor de $a + b$.

A) 2

B) 4

C) 6

D) 8

E) 16

Resolución:

Operando en la expresión:

$$\overline{ab}^2 - \overline{ba}^2 = 3168$$

$$(10a + b)^2 - (10b + a)^2 = 3168$$

$$(100a^2 + 20a + b^2) - (100b^2 + 20ab + a^2) = 3168$$

$$a^2 - b^2 = 32$$

$$(a + b)(a - b) = 32$$

Esta última igualdad se puede cumplir de dos formas:

1era.:

$$(a + b)(a - b) = 32$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ (16) & (2) \end{array}$$

$$(9 + 7)(9 - 7) \Rightarrow a = 9; b = 7 \quad \dots(1)$$

2da:

$$(a + b)(a - b) = 32$$

$$(8) \quad (4)$$

$$(6 + 2)(6 - 2) \Rightarrow a = 6; \quad b = 2 \quad \dots(2)$$

La suma de $a + b$:

$$a + b = 9 + 7 = 16$$

$$a + b = 6 + 2 = 8; \quad (\text{menor})$$

Rpta.: D

UNI - 2010 - I

PROBLEMA 17: En un colegio el 60% aprobó aritmética, el 32% aprobó álgebra y los que aprobaron aritmética y álgebra representan el 60% de los no aprobaron ninguno de los dos cursos. Si 42 aprobaron aritmética y álgebra, calcule el número de alumnos del colegio.

A) 340

B) 350

C) 360

D) 370

E) 380

Resolución:

El p porcentaje de N:

$$\%p = \frac{p\%}{100\%} N = \frac{p}{100} \times N$$

En el problema se tiene:

Número total de alumnos: N

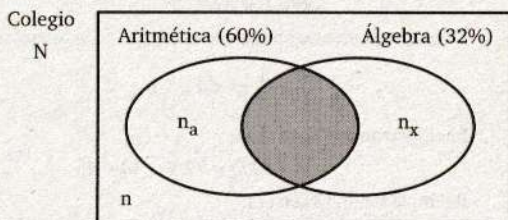
Alumnos que sólo aprobaron aritmética: n_a

Alumnos que sólo aprobaron álgebra: n_x

Alumnos que aprobaron los dos cursos: $n_{a,x}$

Alumnos que no aprobaron ningún curso: n

En un diagrama de Benn según los datos del enunciado:



Dato: $n_{a,x} = 42$... (1)

Por condición del problema:

$$n_{a,x} = 60\% n$$

$$42 = 0,60 n$$

$$\Rightarrow n_a = 70$$
 ... (2)

El 60% del total de alumnos aprobaron aritmética:

$$\%N = n_a + n_{a,x}$$

$$0,6 N = n_a + 42$$

$$\Rightarrow n_a = 0,32N - 42$$
 ... (3)

El 32% del total de alumnos aprobaron álgebra:

$$32\%N = n_x + n_{a;x}$$

$$0,32N = n_x + 42 \quad \dots(4)$$

El gráfico se puede deducir que el total de alumnos del colegio:

$$n_a + n_{a;x} + n_x + n = N$$

Reemplazando (1), (2), (3) y (4):

$$(0,6N - 42) + 42 + (0,32N - 42) + 70 = N$$

$$\Rightarrow N = 350$$

Rpta.: B

PROBLEMA 18: En una biblioteca municipal existen en total 72 libros de matemática y literatura, los que están en relación de 5 a 3 respectivamente. El número de libros de literatura que deben agregarse para que la relación sea de 9 a 10 es:

A) 21

B) 22

C) 23

D) 24

E) 25

Resolución:

En el problema: la cantidad de los libros de matemática (M) y literatura (L):

$$M + L = 72 \quad \dots(1)$$

Estas cantidades de libros se encuentran en la relación:

$$\frac{M}{L} = \frac{5}{3} \Rightarrow M = \frac{5}{3}L \quad \dots(2)$$

Reemplazando (2) en (1):

$$M + (27) = 72 \Rightarrow M = 45 \quad \dots(3)$$

Reemplazando (3) en (1):

$$M + (27) = 72 \Rightarrow M = 45 \quad \dots(4)$$

El número "x" de libros de literatura que deben agregarse para que la relación sea de 9 a 10.

$$\frac{M}{L+x} = \frac{9}{10}$$

$$\text{De (3) y (4): } \frac{45}{27+x} = \frac{9}{10}$$

$$\Rightarrow x = 23$$

Rpta.: C

PROBLEMA 19: Un libro se ofrece en venta recargándose el r por ciento del precio del costo, pero a un estudiante al comprarlo le rebajaron el p por ciento. Si el vendedor no ganó ni perdió, ¿Cuánto le rebajaron al estudiante?

A) $\frac{100}{(100+r)}$

B) $\frac{r+100}{100r}$

C) $\frac{(100+r)}{r}$

D) $\frac{1}{\left(0,01 + \frac{1}{r}\right)}$

E) $\frac{1}{\left(0,01 - \frac{1}{r}\right)}$

Resolución:

Sea C el costo del libro y " r " el porcentaje que se recarga para la venta, entonces el precio de venta:

$$P = C + \frac{r}{100}C = C\left(1 + \frac{r}{100}\right) \quad \dots(1)$$

El estudiante lo compra con un descuento de p por ciento:

$$P_C = P_V \left(1 - \frac{p}{100}\right)$$

De (1): $P_C = P_V \left(1 - \frac{p}{100}\right)$

$$P_C = C\left(1 + \frac{r}{100}\right)\left(1 - \frac{p}{100}\right) \quad \dots(2)$$

Si el vendedor no ganó ni perdió, entonces lo vendió al precio de costo C , es decir:

$$P_C = C$$

De (2): $C\left(1 + \frac{r}{100}\right)\left(1 - \frac{p}{100}\right) = C$

$$(100+r)(100-p) = 10^4$$

$$100-p = \frac{10^4}{100+r}$$

$$p = 100 - \frac{10^4}{100+r}$$

$$= \frac{1}{0,01 + \frac{1}{r}}$$

Rpta.: D

PROBLEMA 20: Un litro se ofrece en venta recargándose el r por ciento del precio del costo, pero a un estudiante al comprarlo le rebajaron el p por ciento. Si el vendedor no ganó ni perdió, ¿Cuánto le rebajaron al estudiante?

- A) 70 días B) 71 días C) 72 días
D) 73 días E) 74 días

Resolución: Para una tasa de interés constante, los pagos $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ a plazos de $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$, respectivamente, se pueden reemplazar por un único pago C mencionados, pero en un tiempo definido " t ".

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n \quad \dots (I)$$

$$t = \frac{C_1 t_1 + C_2 t_2 + C_3 t_3 + \dots + C_n t_n}{C} \quad \dots (II)$$

En el problema, se tiene tres letras:

S/. 80,000 a un plazo de 30 días

S/. 200,000 a un plazo de 60 días

S/. 400,000 a un plazo de 90 días

Reemplazando estos valores en (II):

$$t = \frac{80000(30) + 200000(60) + 400000(90)}{8000 + 200000 + 400000}$$

$$= 74,1176; (\text{días})$$

Rpta.: E

PROBLEMA 21: ¿En cuántos sistemas de numeración el número 1234 se escribe con tres cifras?

- A) 23 B) 24 C) 25
D) 26 E) 27

Resolución: Si N es un número de tres cifras, entonces:

$$100 \leq N < 1000$$

$$\frac{100_{(10)}}{2 \text{ ceros}} \leq N < \frac{1000_{(10)}}{3 \text{ ceros}}$$

$$10^2 \leq N < 10^3$$

Donde 10 es la base del sistema de numeración

En el problema:

El número "n" es la base del sistema de numeración con que se puede escribir con tres cifras al número 1234, entonces:

$$100_n \leq 1234 < 1000_n$$

Por semejante con (I):

$$n^2 \leq 1234 < n^3$$

De donde:

$$\sqrt[3]{1234} < n \leq \sqrt{1234}$$

Es decir, los valores que "n" puede asumir:

$$\frac{10}{\sqrt[3]{1234}}; 11; 12; \dots; 33; 34; \frac{35}{\sqrt{1234}}$$

$$n = (35 - 10) = 25$$

Luego se concluye que existen 25 sistemas de numeración, donde el número 1234 se puede escribir con tres cifras.

Rpta.: C

PROBLEMA 22: Indique la secuencia correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F).

- I. La suma de un número natural y un número entero es un número natural.
- II. Sean a y b dos números enteros, entonces existe un número c entero tal que $a = bc$.
- III. La cantidad de elementos del conjunto de los números enteros positivos múltiplos de siete, es igual a la cantidad de elementos del conjunto de los números naturales.

A) VVV

B) VFF

C) FVV

D) FFV

E) FFF

Resolución:

Si en una proposición se afirma algo que, al comprobarlo, a veces se cumple y otras no, entonces se considera como falsa.

En el problema, analizando las proposiciones:

I. FALSA (F)

Sea 3 el número natural y "-5" el número entero, entonces:

$$3 + (-5) = -2 \quad \text{ies un número entero!}$$

Como al menos hemos encontrado un caso donde no se cumple la proposición, entonces ésta es falsa.

II. FALSA (F)

Si a y b son números enteros, luego si:

$$\begin{aligned} a &= bc && \text{siempre será un} \\ \Rightarrow c &= \frac{a}{b} && \text{número racional!} \end{aligned}$$

III. VERDADERA (V)

Los números entero múltiplos de 7 y el conjunto de números naturales:

$$\begin{array}{ccccccc} 7; 14; 21; 28; \dots; 7K; \dots; \infty & & & & & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \\ 1; 2; 3; 4; \dots; K; \dots; \infty & & & & & & \end{array}$$

Se puede establecer una relación de uno a uno, debido a que ambos conjuntos tienen infinitos elementos, por tanto se puede considerar que ambos conjuntos tienen igual número de elementos.

La secuencia correcta de las proposiciones: FFV

Rpta.: D

PROBLEMA 23:

Indique la secuencia correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F).

- I. Si m y n son números enteros no divisibles por 3, entonces la suma o la diferencia de ellos es un múltiplo de tres.
- II. Si m y n son múltiplos de 3 con $m > n > 0$ entonces el cociente m/n es un múltiplo de tres.

A) VVV

B) VFV

C) VFF

D) FVF

E) FFF

Resolución:

Si $A, B, C \dots$ son números enteros múltiplos de n , entonces al máximo común divisor de estos números también es múltiplo de n ; es decir:

$$\text{Si } A; B; C \dots = n$$

$$\Rightarrow A = na; B = nb; C = nc \dots$$

Luego:

$$\text{MCD}(A; B; C; \dots) = \text{MCD}(na; nb; nc; \dots)$$

$$= n(\text{MCD}(a; b; c; \dots))$$

$$= n \quad \dots(I)$$

En el problema, analizando las proposiciones:

I. VERDADERA (V)

Si m y n son números enteros no divisibles por 3, entonces:

$$m = 3 + 1 \quad \text{o} \quad m = 3 + 2$$

$$n = 3 + 1 \quad \text{o} \quad n = 3 + 2$$

La suma de estos números:

$$\begin{array}{cc} m & n \\ (3+1) + (3+1) = 3+2 \neq 3 \end{array}$$

$$(3+1) + (3+2) = 3+3 = 3$$

$$(3+2) + (3+1) = 3+3 = 3$$

$$(3+2) + (3+2) = 3+1 \neq 3$$

Residuos
diferentes

La diferencia de estos números:

$$\begin{array}{cc} m & n \\ (3+1) - (3+1) = 3-0 = 3 \end{array}$$

$$(3+1) - (3+2) = 3-1 \neq 3$$

$$(3+2) - (3+1) = 3+1 \neq 3$$

$$(3+2) - (3+2) = 3-0 = 3$$

Residuos
iguales

Se concluye, dependiendo de los valores de los números m y n , la suma o la resta son múltiplos para verificar si se cumple:

$$m = 225 \quad \text{y} \quad n = 45$$

Donde:

Luego si dividimos:

$$\frac{m}{n} = \frac{225}{45} = 5 \quad ; \quad \text{no es cumplido de } 3!$$

Como por lo menos con este ejemplo no se cumple, entonces concluimos que no siempre se va a cumplir, por lo tanto, la proposición es falsa.

III. VERDADERA (V)

Si se afirma que los números m y n son múltiplos de tres ($m, n > 0$); para verificar si el máximo común divisor (MCD) de estos números también es múltiplo de tres, aplicamos la propiedad (I), así:

$$\text{Hagamos: } m = 3r \text{ y } n = 3t$$

Luego:

$$\begin{aligned} \text{MCD}(m; n) &= \text{MCD}(3r; 3t) \\ &= 3 \text{MCD}(r; t) \end{aligned}$$

La propiedad es verdadera.

Se concluye que la secuencia correcta de las proposiciones es: VFV

Rpta.: B

PROBLEMA 24:

Sean los números $N_1 = 6^{3a+1} \times 8$, $N_2 = 8^a \times 3^{3a+1}$ donde la cantidad de los divisores de N_1 , es igual a la cantidad de los divisores de N_2 aumentando en 20. Entonces el valor de $2a - 1$ es:

- | | | |
|------|------|------|
| A) 1 | B) 3 | C) 5 |
| D) 7 | | E) 9 |

Resolución:

Si $a, b, c \dots$ son números primos:

$$a^\alpha \times b^\beta \times c^\theta$$

La cantidad de divisores de esta expresión:

$$N = (\alpha + 1)(\beta + 1)(\theta + 1) \quad \dots(I)$$

En el problema:

$$N_1 = 6^{3a+1} \times 8^a; \quad N_2 = 8^a \times 3^{3a+1}$$

Expresándolas en su forma canónica:

$$N_1 = (2 \times 3)^{3a+1} \times (2^3)^a = 2^{6a+1} \times 3^{3a+1} \quad \dots(1)$$

$$N_2 = (2^3)^a \times 3^{3a+1} = 3^{2a} \times 3^{3a+1} \quad \dots(2)$$

Aplicando (I) y (II) se deduce que la cantidad de divisores:

$$N_1: n_1 = (6a+2)(3a+2) = 18a^2 + 18a + 4 \quad \dots(3)$$

$$N_2: n_2 = (3a+1)(3a+2) = 9a^2 + 9a + 2 \quad \dots(4)$$

Por condición del problema, la cantidad de divisores de N_1 , es igual a la cantidad de N_2 aumentando en 20:

$$n_1 = n_2 + 20$$

De (3) y (4): $18a^2 + 18a + 4 = (9a^2 + 9a + 2) + 20$

$$a^2 + a - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (a+2)(a-1) = 0$$

$$\Rightarrow a_1 = -2 \text{ (descartado)}$$

$$a_2 = 1$$

Ahora calculando la expresión:

$$2a - 1 = 2(1) - 1 = 1$$

Rpta.: A

PROBLEMA 25: Determine el valor de $a + b - c$ si se tiene que

$$(\overline{ab})^3 - \overline{1c8ab}$$

A) -1

B) -2

C) 1

D) 2

E) 3

Resolución:

Si un número de 2 cifras al elevarlo al cubo se obtiene un número de 5 cifras, entonces este número esta acotado así:

$$21^3 < \overline{ab}^3 < 47 \quad \dots(1)$$

En el problema se tiene la expresión:

$$\overline{1c8ab} = \overline{ab}^3 < 47 \quad \dots(1)$$

El número de 2 cifras ab elevado al cubo da como resultado un número de 5 cifras, entonces:

$$21^3 < \overline{ab} < 28$$

$$\Rightarrow a = 2 \quad \dots(2)$$

Reemplazando (2) en la expresión (1)

$$\overline{1c82b} = \overline{ab}^3$$

$$\overline{1c800} + \overline{2b} = \overline{ab}^3$$

$$\overline{1c800} + \overline{2b}^3 = 2b$$

$$\overline{1c800} = (\overline{2b} - 1)(\overline{2b})(\overline{2b} + 1) \quad \dots(3)$$

Observando el primer miembro se deduce que éste debe ser múltiplo de 8 y 25, luego en el segundo miembro:

$$(\overline{2b} - 1)(\overline{2b})(\overline{2b} + 1) = (23)(24)(25)$$

$$\Rightarrow b = 4$$

Reemplazando $b = 4$ en (3):

$$\overline{1c800} = 13800 \Rightarrow c = 3$$

Finalmente calculamos la expresión:

$$a + b - c = 2 + 4 - 3 = 3$$

Rpta.: E

UNI - 2010 - I

PROBLEMA 26: Se tienen dos lingotes de plata, el primero de ley 0,750 y el segundo de ley 0,950. ¿Qué peso hay que tomar de cada lingote para obtener 1800 g de plata de ley 0,900?

A) 400 g ; 1400 g

B) 450 g ; 1350 g

C) 500 g ; 1300 g

D) 550 g ; 1250 g

E) 600 g ; 1200 g

Resolución:

Si se tienen los metales de pesos $W_1, W_2, W_3, \dots$, cuyas leyes de cada uno son $L_1, L_2, L_3, \dots$, respectivamente, la ley total de todos estos metales es:

$$L_{\text{Total}} = \frac{W_1 L_1 + W_2 L_2 + W_3 L_3 + \dots}{W_1 + W_2 + W_3 + \dots} \quad \dots (*)$$

En el problema se tiene dos lingotes de plata, donde:

$$\begin{array}{lcl} \text{Lingote 1:} & W_1 & ; \quad L_1 = 0,750 \\ \text{Lingote 2:} & W_2 & ; \quad L_2 = 0,950 \end{array} \quad \dots (1)$$

Mezcla o aleación total:

$$W_T = 1800 \quad ; L_T = 0,900 \quad \dots (2)$$

Se puede deducir que:

$$W_T = W_1 + W_2 = 1800 \quad \dots (3)$$

Aplicando la ecuación:

$$L_T = \frac{W_1 L_1 + W_2 L_2}{W_1 + W_2}$$

$$\text{De (1), (2) y (3): } 0,9 = \frac{W_1(0,75) + W_2(0,95)}{1800\text{g}}$$

$$1620\text{g} = (0,75)W_1 + (0,95)W_2$$

$$\text{De (3): } 1620\text{g} = (0,75)(1800\text{g} - W_2) + (0,95)W_2$$

$$\Rightarrow W_2 = 1350\text{g} \quad \dots (4)$$

Reemplazando (4) en (3):

$$W_1 + (1350\text{g}) = 1800\text{g}$$

$$\Rightarrow W_1 = 450\text{g}$$

Rpta.: B

PROBLEMA 27: Sean E un espacio muestral, A y B subconjuntos de E y $P: \mathcal{P}(E) \rightarrow [0,1]$ una función de probabilidad tal que $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,4$. Si A y B son independientes, halle $P(A \cup B^c)$.

A) 0,1

B) 0,2

C) 0,3

D) 0,8

E) 0,9

Resolución:

Si A y B son dos eventos independientes, la probabilidad de:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \quad \dots (*)$$

En el problema, si E es el espacio muestral, entonces la probabilidad:

$$P(E) = 1 \quad \dots (I)$$

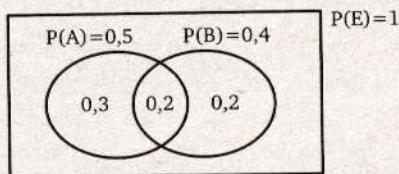
Además se tiene como datos las probabilidades:

$$P(A) = 0,5 ; P(B) = 0,4 \quad \dots (II)$$

Aplicando (*):

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A) \cdot P(B) \\ &= (0,5)(0,4) \\ &= 0,2 \quad \dots (III) \end{aligned}$$

Considerando (*), (I), (II) y (III), graficamos:



De este gráfico se puede deducir que:

$$\begin{aligned} P(A \cup B^c) &= 1 - P(B) + P(A \cap B) \\ &= 1 - 0,4 + 0,2 \\ &= 0,8 \end{aligned}$$

Rpta.: D

PROBLEMA 28: Tres números A, B, C están en relación directa a 5, 7 y 11. Si sumamos a dichos números respectivamente 130, 260 y n, la nueva relación directa es como a 13, 17 y 19. Determine n.

A) 390

B) 650

C) 910

D) 1170

E) 1430

Resolución:

El problema plantea:

Que los números A, B y C se encuentran en relación directa a 5, 7 y 11, luego por propiedad se cumple:

$$\frac{A}{5} = \frac{B}{7} = \frac{C}{11} = k$$

$$\Rightarrow A = 5k; B = 7k; C = 11k \quad \dots(1)$$

Que si a los números anteriores le sumamos 130, 260 y n, respectivamente, entonces estos son directamente proporcionales a 13, 17 y 19, luego también por propiedad:

$$\frac{A+130}{13} = \frac{B+260}{17} = \frac{C+n}{19}$$

(I)

$$\text{De (1): } \frac{5k+130}{13} = \frac{7k+260}{17} = \frac{11k+n}{19}$$

(II)

Resolviendo la ecuación (I):

$$\frac{5k+130}{13} = \frac{7k+260}{17}$$

$$\Rightarrow k = -195$$

... (2)

Resolviendo la ecuación (II):

$$\frac{7k+260}{17} = \frac{11k+n}{19}$$

$$\text{De (2): } \frac{7(-195)+260}{17} = \frac{11(-195)+n}{19}$$

$$\Rightarrow n = 910$$

Rpta.: B

PROBLEMA 29:

El número $\overline{5\alpha 10\beta}$ en base 10 es divisible por 72; entonces el valor de $\frac{\alpha}{\beta}$ es:

A) 0,1

B) 0,2

C) 0,3

D) 0,8

E) 0,9

Resolución:

Propiedades de divisibilidad:

Si un número $\overline{abcde}$ es divisible por 8, entonces:

$$4c + 2d + e = \overset{0}{8} \quad \dots(1^*)$$

Si un número $\overline{abcde}$ es divisible por 9, entonces:

$$a + b + c + d + e = \overset{0}{9} \quad \dots(2^*)$$

En el problema se tiene el número:

$$\overline{5\alpha 10\beta} \quad \dots(1)$$

El cual se encuentra expresado en base 10 y es múltiplo de 72. Se debe hallar el valor de α / β .

Por propiedad de divisibilidad, si un número es divisible por 72, entonces es divisible por 8 y 9.

Tomando la expresión (1*):

Divisibilidad por 8, aplicando (1*):

$$\begin{aligned} 4(1) + 2(0) + \beta &= \overset{0}{8} \\ 4 + \beta &= \overset{0}{8} \\ \Rightarrow \beta &= 4 \quad \dots(2) \end{aligned}$$

Divisibilidad por 9, aplicando (2*):

$$\begin{aligned} 5 + \alpha + 1 + 0 + \beta &= \overset{0}{9} \\ 6 + \alpha + \beta &= \overset{0}{9} \end{aligned}$$

De (2):

$$\begin{aligned} 6 + \alpha + (4) &= \overset{0}{9} \\ 10 + \alpha &= \overset{0}{9} \\ \Rightarrow \alpha &= 8 \quad \dots(3) \end{aligned}$$

Finalmente, de (2) y (3), hallamos el valor:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{8}{4} = 2$$

Rpta.: C

PROBLEMA 30: Al multiplicar un número de cinco cifras por 99 se obtiene un nuevo número cuyas últimas cifras son 18 828. Calcule la diferencia entre el mayor y el menor número formado con las cifras del número original.

A) 72 349

B) 74 394

C) 74 943

D) 79 342

E) 79 472

Resolución:

En el problema, considerando que el número de cinco cifras sea:

 $\overline{abcde}$ $\dots(*)$

el cual al ser multiplicado por 99 se obtiene un número, cuyas últimas cifras son 18 828. es decir:

$$\overline{abcde} \times 99 = \dots 18\,828$$

$$\overline{abcde} \times (100 - 1) = \dots 18\,828$$

$$\overline{abcde00} - \overline{abcde} = 18\,828$$

$$\overline{abcde00} = \dots 18\,828 + \overline{abcde}$$

Expresando verticalmente a la suma:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccccccc}
 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & & & \\
 & \dots & 1 & 8 & 8 & 2 & 8 & + & \\
 & & a & b & c & d & e & & \\
 \hline
 a & b & c & d & e & 0 & 0 & &
 \end{array} \\
 \begin{array}{l}
 (3) \quad (7) \quad (2) \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 \text{---} \rightarrow e = 2 \\
 \text{---} \rightarrow d = 7 \\
 \text{---} \rightarrow c = 3 \\
 \text{---} \rightarrow b = 8 \\
 \text{---} \rightarrow a = 1
 \end{array}
 \end{array}$$

El mayor y menor numeral que se pueden formar con esta cifras >

$$\text{Mayor: } M = 87321; \text{ Menor: } m = 12378$$

La diferencia entre el mayor y menor numeral:

$$M - m = 87321 - 12378 = 74943$$

Rpta.: C

PROBLEMA 31: El plazo (en meses) al que debe imponerse un capital a una tasa de interés del 10% bimestral, capitalizable cuatrimestralmente, para que se incremente en un 72,8%, es

- A) 3 B) 4 C) 6
D) 9 E) 12

Resolución:

El porcentaje de un número se puede expresar como una fracción, así:

$$a\% \text{ de } N < \frac{a}{100} \times N$$

En el problema se tiene un capital "C", al cual se le antepone un interés del 10% bimestralmente, y se capitaliza cada 4 meses (cuatrimestral). Entonces el incremento del capital:

$$2 \text{ bimestres} = 1 \text{ cuatrimestral} < > 20\%$$

El plazo o tiempo que demora el capital C para incrementarse en un 72,8 %, capitalizable cada 4 meses:

- 1 Cuatrimestral:

$$C + 0,20C \Rightarrow \Delta C = 20\%$$

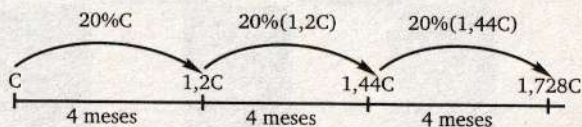
- 2 Cuatrimestral:

$$(C + 0,20C) + 0,20(C + 0,20C) = C + 0,44C \\ \Rightarrow \Delta C = 44\%$$

- 3 Cuatrimestral:

$$(C + 0,44C) + 0,20(C + 0,44C) = C + 0,728C \\ \Rightarrow \Delta C = 72,8\%$$

Entonces, el plazo que demora es de 3 cuatrimestre, o mejor dicho, 12 mese.



Rpta.: E

- | | |
|----|--|
| 1 | Razones y Proporciones - Promedios |
| 2 | Tanto por ciento - Mezclas |
| 3 | Magnitudes Proporcionales |
| 4 | Regla de Interés - Regla de Descuento |
| 5 | Lógica Proposicional - Teoría de Conjuntos |
| 6 | Relaciones Binarias - Teoría de Numeración |
| 7 | Cuatro Operaciones - Sucesiones y Series |
| 8 | Teoría de la Divisibilidad |
| 9 | Estudio de los divisores Z^+ |
| 10 | MCD - MCM |
| 11 | Potenciación y Radicación |
| 12 | Números Racionales |
| 13 | Estadística Descriptiva |
| 14 | Análisis Combinatorio |
| 15 | Teoría de Probabilidades |

Teléfonos: 424 - 6350

992 - 796104



/ fondoeditorialrodo

editorialrodo@gmail.com

TEMARIO ARITMÉTICA

